

Première Thèse

**ETUDE DE L'ECOULEMENT DE SUSPENSIONS
A TRAVERS LES MILIEUX POREUX**

**Théorie macroscopique, calcul des lits filtrants, théorie microscopique et
interprétation d'expériences de colmatage et de décolmatage**

Deuxième Thèse

Théories de l'extrapolation de la sédimentation

Présentées à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy
pour obtenir le grade de

Docteur ès Sciences Physiques (Mention sciences appliquées)

par

Jean Pierre HERZIG

Ingénieur civil des Mines

Soutenues le **1970**, devant la Commission d'Examen

JURY :

MM. P. LE GOFF

Président

J. GOSSE

J. VILLERMAUX

}

Examineurs

Première Thèse

**ETUDE DE L'ÉCOULEMENT DE SUSPENSIONS
A TRAVERS LES MILIEUX POREUX**

**Théorie macroscopique, calcul des lits filtrants, théorie microscopique et
interprétation d'expériences de colmatage et de décolmatage**

Deuxième Thèse

Théories de l'extrapolation de la sédimentation

Présentées à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy
pour obtenir le grade de

Docteur ès Sciences Physiques (Mention sciences appliquées)

par

Jean Pierre HERZIG
Ingénieur civil des Mines

Soutenues le _____, devant la Commission d'Examen

JURY :

MM. P. LE GOFF

Président

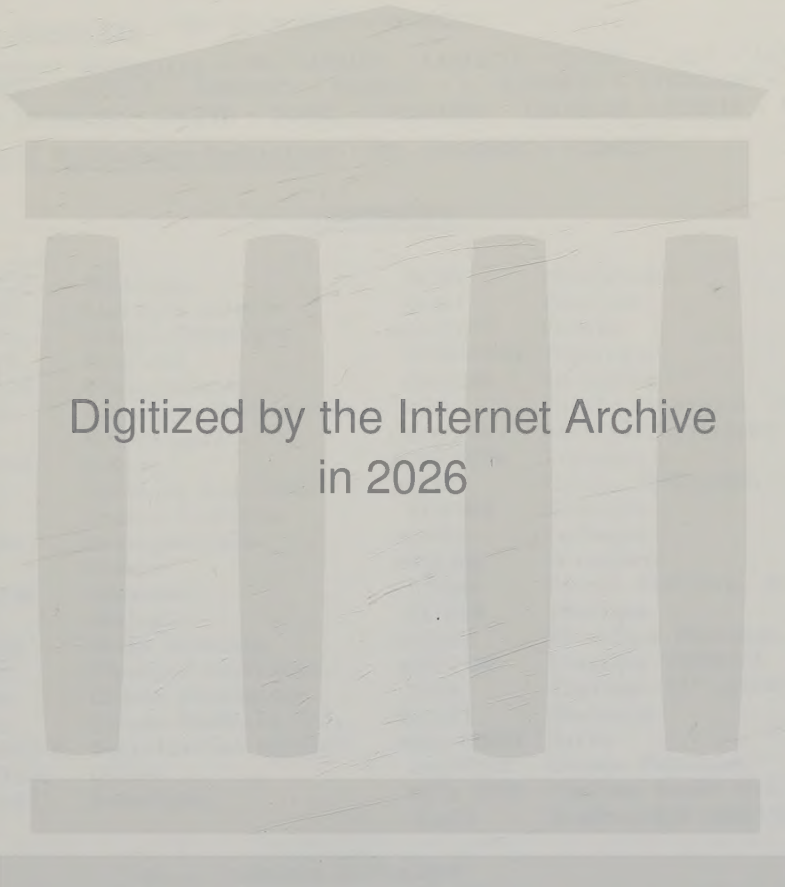
J. GOSSE

J. VILLERMAUX

}

Examineurs





Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547413_0009

ANNEE SCOLAIRE 1969/70

DOYEN : M. AUBRY
ASSESEUR : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - ROUBAULT -

Professeurs honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY - LAPORTE -
 EICHBORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - LETORT -
 DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHL -

Maîtres de Conférences honoraires : MM. LIENHART - PIERRET -

PROFESSEURS

MM.			
ROUBAULT	Géologie	GAYET	Physiologie
VEILLET	Biologie Animale	HADNI	Physique
BARRIOL	Chimie Théorique	*BASTICK	Chimie
BIZETTE	Physique	DUCHAUFOR	Pédologie
GUILLIEN	Electronique	GARNIER	Agronomie
LEGRAS	Mécanique Rationnelle	NEEL	Chimie Organique Ind.
BOLFA	Minéralogie	BERNARD	Géologie Appliquée
NICLAUSE	Chimie	*CHAMPIER	Physique
FAIVRE	Physique Appliquée	*GAY	Chimie Biologique
AUBRY	Chimie Minérale	STEPHAN	Zoologie
COPPENS	Radiogéologie	*CONDE	Zoologie
DUVAL	Chimie	*WERNER	Botanique
FRUHLING	Physique	EYMARD	Calcul différen. et inté.
HILLY	Géologie	FELDEN	Physique
LE GOFF	Génie Chimique	*GOSSE	Mécanique Physique
SUHNER	Physique Expériment.	*DAVOINE	Physique (ENSMIM)
CHAPON	Chimie Biologique	HORN	Physique (1 ^o cycle)
HEROLD	Chimie Minérale Ind.	*ROCCI	Géologie
SCHWARTZ B.	Exploitation Minière	*Mme LUMER	Maths
MALAPRADE	Chimie	DELPUECH	Chimie Physique
*MANGENOT	Botanique	Mlle HUET	Analyse Supérieure
		BLAZY	Minéralogie Appliquée

N.... Chimie Biologique
 N.... Mécanique Appliquée
 N.... Méthodes Mathématiques de la Physique
 N.... Mécanique Rationnelle

(*) Professeur titulaire à titre personnel

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mme BASTICK	Chimie P.C. EPINAL	BALESDENT	Thermodynamique, Chimie Appliquée (ENSIC)
MM. GUDEFIN	Physique		
VUILLAUME	Psychophysiologie	JANOT	Physique P.C. EPINAL
FRENTZ	Biologie Animale	CACHAN	Entomologie Appl. (ENSA)
MARI	Chimie (ISIN)	JACQUIN	Pédologie et Chimie Agri.
DEVIOT	Physique du solide	MAINARD	Physique N.P.
FLECHON	Physique P.C.	MARTIN	Chimie P.C.
VIGNES	Métallurgie	PAULMIER	Mécanique Expérimentale
JURAIN	Géologie C.B.G.	PROTAS	Minéralogie
		RIVAIL	Chimie Appliquée (CUCES)
		DEPAIX	Probabilités et Statistiques

MAITRES DE CONFERENCES

MM. VILLERMAUX	Génie Chimique	GERL	Physique (Mines)
METCHE	Biochimie Appliquée (Brasserie)	ROQUES	Chimie Minérale
		FERRIER	Mathématiques
BAUMANN	Physique 1 ^o cycle	GILORMINI	Mécanique Flui. (ISIN)
DURAND	Physique	HILY	Mathématiques P.C.
GRANGE	Physique (ISIN)	CASTRO	Chimie Organique
BAVEREZ	Chimie (ENSIC)	DEXHEIMER	Botanique
CHAMBON	Exploi. Minière (Mines)	NOVERRAZ	Mathématiques
HUSSON	Physique (ENSEM)	TOURET	Géologie
WEISSLINGER	Physique		

N.... Maths Appliquées
 N.... Mathématiques
 N.... Mathématiques
 N.... Mathématiques
 N.... Physiologie Animale
 N.... Chimie (ENSIC)
 N.... Laiterie (Ecole Lait.)
 N.... Chimie Organique
 N.... Maths Appliquées

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

MM. AMARIGLIO - COEURE - DAVRAINVILLE - GIRARDEAU - OVAERT - RUYER - WEBER - PUJOL - SCHREIBER -

A MICHELE

A MES PARENTS

1 - THEORIE MACROSCOPIQUE ET CALCUL PREVISIONNEL DES LITS FILTRANTS

INTRODUCTION

11 - BILAN DE MATIERE

- 111 - Equation rigoureuse
- 112 - Equations approchées
- 113 - Notion d'âge de la rétention

12 - CINETIQUE DU COLMATAGE

- 121 - Définition des probabilités de rétention
- 122 - Définition du coefficient de filtration
- 123 - Forme de la fonction de rétention $F(\sigma)$
- 124 - Inexistence du ré-entraînement

13 - CALCUL DU BILAN GLOBAL DE LA RETENTION σ

14 - PROPRIETES DES PROFILS DE RETENTION ET DE CONCENTRATION

- 141 - Relation d'affinité des deux profils
- 142 - Rétention dans le plan d'entrée
- 143 - Vitesse d'avancement du front de rétention
- 144 - Forme du profil de rétention
- 145 - Forme du profil de concentration
- 146 - Cas où y_i est variable
- 147 - Valeur moyenne du rapport y/y_i
- 148 - Calcul complet des profils pour la fonction simple $F(\sigma)=1-\sigma/\sigma_M$

15 - CALCUL PREVISIONNEL D'UN FILTRE AYANT UNE EFFICACITE DONNEE

- 151 - Exposé du problème
- 152 - Mode de résolution du problème

16 - CALCUL PREVISIONNEL DU FILTRE OPTIMAL AYANT UNE EFFICACITE ET UNE

CHUTE DE PRESSION DONNEES

- 161 - Influence de la rétention sur la chute de pression
- 162 - Chute de pression totale dans un lit colmaté
- 163 - Expression d'une contrainte de chute de pression maximale
- 164 - Exemple d'application à la filtration standard
- 165 - Critère de facilité d'une filtration
- 166 - Application à la comparaison de divers matériaux filtrants

17 - OPTIMISATION COMPLETE D'UN FILTRE AYANT UNE EFFICACITE ET UNE CHUTE
DE PRESSION DONNEES AINSI QU'UNE PRODUCTIVITE OPTIMALE

- 171 - Généralités
- 172 - Le critère d'optimisation est la production
- 173 - Conclusion - Inconvénient du lit cylindrique

18 - LITS NON UNIFORMES

- 181 - Principe
- 182 - Mode de résolution du problème posé

19 - LITS ANNULAIRES A ECOULEMENT CENTRIFUGE

- 191 - Bilan de matière local
- 192 - Equation cinétique.
- 193 - Chute de pression à travers le lit
- 194 - Cas où k_0 est inversement proportionnel à u_m
- 195 - Comparaison des lits annulaires et cylindriques
 - 1951 - à r_i fixé
 - 1952 - Influence de r_i
 - 1953 - Conclusion
 - 1954 - Application numérique

AVANT-PROPOS

Le présent travail a été effectué dans le département de Génie Chimique de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques sous la direction de Monsieur le Professeur LE GOFF.

Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance pour l'intérêt constant qu'il a bien voulu porter à mes recherches, les nombreux conseils dont il m'a fait bénéficier et les moyens qu'il a mis à ma disposition.

Je remercie Messieurs les Professeurs GOSSE et VILLERMAUX d'avoir bien voulu accepter de faire partie de mon jury de thèse.

Je suis aussi très reconnaissant au Commissariat à l'Energie Atomique pour l'aide matérielle qu'il m'a accordée au cours de ce travail.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur LE LEC chef du groupe "filtration" et aux autres membres de cette équipe R. BEN AIM et D. LEClerc pour leur aide amicale et efficace.

Enfin, je ne saurais trop remercier l'ensemble du personnel technique et administratif du département de Génie Chimique et du Centre de Cinétique Physique et Chimique qui a permis la réalisation de ce travail et dont je garderai un excellent souvenir.

SOMMAIRE

CHAPITRE 1

THEORIE MACROSCOPIQUE ET CALCUL PREVISIONNEL DES LITS FILTRANTS

CHAPITRE 2

ETUDE EXPERIMENTALE

CHAPITRE 3

THEORIE MICROSCOPIQUE DU COLMATAGE ET DU DECOLMATAGE

CONCLUSION GENERALE

NOMENCLATURE

BIBLIOGRAPHIE

(Figures et annexes sont rassemblées dans le second fascicule)

CHAPITRE 1

THEORIE MACROSCOPIQUE ET CALCUL PREVISIONNEL

DES LITS FILTRANTS

INTRODUCTION

La séparation liquide-solide par filtration peut être effectuée soit par accumulation sur un support, soit par rétention dans la masse à l'intérieur d'un lit poreux. Dans le premier cas, il se forme un gâteau de filtration qui arrête les particules de la suspension ; ce mode de filtration est maintenant assez bien connu et il est couramment utilisé. Dans le second cas, les particules pénètrent dans le lit poreux où elles se déposent ; la suspension s'écoule à travers le lit poreux. Ce phénomène est tout à fait naturel puisqu'il se produit couramment lors de la pénétration de l'eau dans les massifs géologiques et a été appliqué depuis longtemps au traitement des eaux polluées. Pourtant la filtration dans la masse n'est étudiée scientifiquement que depuis quelques dizaines d'années et reste encore assez mal connue.

Considérons une suspension en écoulement dans un milieu poreux. Au cours de son passage elle perd des particules qui sont arrêtées par les parois des pores et sa concentration diminue donc. A un instant donné, cette concentration " y " varie le long du lit filtrant selon l'une des courbes données sur le croquis n° 1. A des temps croissants cette courbe évolue car le lit filtrant se colmate peu à peu. Le croquis 1 montre également un faisceau de courbes de rétention " σ " des particules arrêtées à des temps croissants, qui se développent d'une manière similaire aux courbes de concentrations " y ". Les définitions précises de y et de σ seront données plus loin.

La concentration " y " de particules en mouvement et la rétention " σ " de particules arrêtées sont donc fonctions de l'épaisseur z du lit et du temps t . Nous nous posons le problème de déterminer ces deux fonctions. Dans ce but, nous écrirons deux équations :

- l'équation du bilan de matière : bilan des particules dans une tranche mince d'épaisseur Δz ;

- l'équation cinétique qui traduit la vitesse de transfert de parti-

cules de la phase en écoulement à la phase arrêtée en fonction des divers paramètres.

En plus nous aurons à nous occuper de l'important problème de la chute de pression du fluide à travers le lit et de son évolution avec le colmatage.

11 - BILAN DE MATIERE

111 - EQUATION RIGOUREUSE

Soit un petit élément de volume unitaire du lit filtrant partiellement colmaté (fig. 2). Appelons ϵ la fraction de volume occupée par la suspension *en écoulement*. A l'instant initial (caractérisé par l'indice 0), quand il n'y a pas encore de particules arrêtées, ϵ prend la valeur ϵ_0 de la *porosité* du lit filtrant. La différence $\epsilon_0 - \epsilon$ représente la fraction de volume occupée par les particules arrêtées et par le liquide *mort* contenu entre ces particules.

Posons :

$$\epsilon_0 - \epsilon = \beta \sigma \quad (1)$$

σ est la *rétenion*, c'est à dire la fraction de volume occupée par les particules *arrêtées* et β est un facteur supérieur à l'unité ; $\beta - 1$ représente le volume de liquide mort contenu entre les grains.

D'autre part, dans la fraction de volume ϵ occupée par la suspension en écoulement, nous distinguerons :

- la fraction ϵy occupée par les particules mobiles
 - la fraction $\epsilon(1-y)$ occupée par le liquide mobile
- y est le titre volumique (ou concentration) de particules dans la suspension

Considérons maintenant un élément de lit filtrant de section Ω et d'épaisseur Δz . La quantité totale de particules (mobiles et arrêtées) qu'il contient est $\Omega(\sigma + \epsilon y)\Delta z$. D'autre part, le débit de particules qui traverse une section Ω est :

$$\Omega u_m y - \Omega D \frac{\partial y}{\partial z}$$

- u_m est la vitesse en fût vide de la suspension généralement maintenue constante pendant toute la filtration ;

- $u_m y$ représente l'écoulement barycentrique des particules entraînées par le liquide porteur

- $- D \frac{\partial y}{\partial z}$ est le déplacement diffusionnel des particules, supposé obéir à une loi du type loi de Fick

Le bilan des particules dans l'élément de volume $\Omega \Delta z$ s'écrit donc :
vitesse d'accumulation = variation du débit de particules

Soit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\sigma + \epsilon y) + u_m \frac{\partial y}{\partial z} - D \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

Telle est l'équation rigoureuse du bilan des particules. On peut vérifier que l'on parvient exactement à la même équation si on écrit le bilan du fluide porteur qui occupe le volume complémentaire.

112 - EQUATIONS APPROCHEES

Envisageons successivement trois simplifications de plus en plus sévères de l'équation rigoureuse précédente :

- Nous appellerons "*troisième approximation*" le fait de négliger seulement le terme de diffusion. L'expérience montre que dans pratiquement tous les cas l'écoulement barycentrique est beaucoup plus important que l'écoulement diffusionnel. Il restera donc :

$$\frac{\partial (\sigma + \epsilon y)}{\partial t} + u_m \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

- Nous appellerons "*seconde approximation*" le fait de négliger en plus les variations de porosité ϵ et d'assimiler ϵ à ϵ_0 en écrivant :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial y}{\partial t} + u_m \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

Ceci est très généralement justifié car la concentration y utilisée est toujours petite (de l'ordre de 0,001) et l'erreur relative commise $\beta_0 y / (\sigma + \epsilon_0 y)$ toujours inférieure à βy .

- Nous appellerons "*première approximation*" le fait de négliger en plus le terme $\epsilon_0 y$ devant σ , c'est à dire le nombre des particules mobiles en comparaison du nombre de particules arrêtées. Cette simplification n'est évidemment pas valable dans les tout premiers instants du colmatage d'un lit filtrant. En revanche, elle devient valable dès que la rétention σ est importante. Il reste alors :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u_m \frac{\partial y}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

113 - NOTION D'ÂGE DE LA RÉTENTION

On considère généralement que le lit filtrant est à l'instant initial rempli de liquide propre et que la suspension commence par chasser devant elle ce liquide. Si le lit est épais, la suspension met un temps non négligeable à le traverser et par conséquent, l'instant où elle atteint un élément du lit n'est pas le même tout au long du milieu poreux. Aussi faut-il comparer les éléments du lit au même âge de la rétention, c'est à dire à des instants t différents tels que :

$$t - \frac{\varepsilon_0 z}{u_m} = c^{ste}$$

$\varepsilon_0 z / u_m$ est le temps nécessaire à la suspension pour parvenir à la cote z du lit. Ce temps n'est pas négligeable au début du colmatage ; en effet, pour $u_m = 0,1$ cm/s et $\varepsilon_0 = 0,40$ la suspension met 200 secondes pour atteindre la cote 50 cm. En fait, ce terme pourra être pratiquement négligé pour toute la durée d'une opération de filtration qui se poursuit plusieurs heures.

Nous appellerons τ l'âge de la rétention défini par :

$$\tau = t - \frac{\varepsilon_0 z}{u_m} \quad (6)$$

Si dans l'équation de la *seconde* approximation on remplace t par $\tau + \varepsilon_0 z / u_m$, on obtient :

$$\boxed{\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} + u_m \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{\tau} = 0} \quad (7)$$

Il est intéressant de constater que les équations (5) et (7) ont la même forme mathématique, ce qui s'explique ainsi : écrire le bilan de matière avec la variable τ , au lieu de la variable t , revient à *suivre* un élément de suspension pendant sa traversée du lit. Pour cet élément, la diminution de concentration vaut exactement l'augmentation de rétention dans le lit : c'est l'équation (7). Au contraire, écrire le bilan avec la variable t consiste à prendre un élément *fixe* du lit traversé par la suspension dont le titre varie avec le temps : c'est l'équation (4). Dans la première approximation on néglige précisément cette variation du titre avec le temps et on ne considère que le colmatage.

12 - CINÉTIQUE DU COLMATAGE

121 - DÉFINITION DES PROBABILITÉS DE RÉTENTION

Reprenons l'élément de milieu poreux de volume unitaire (fig. 2). Pendant un intervalle de temps très petit $\Delta \tau$, la rétention y aura progressé

de $(\partial\sigma/\partial\tau) \Delta\tau$ alors qu'il y existait un volume ϵy de particules en mouvement. Par conséquent, la probabilité de rétention d'une particule *par unité de temps* sera :

$$k' = \frac{1}{\epsilon y} \frac{\partial\sigma}{\partial\tau} \quad (8)$$

Nous pouvons également définir une probabilité de rétention par unité d'épaisseur ; si une particule a la probabilité k' de s'arrêter pendant l'unité de temps, elle a la même probabilité de s'arrêter dans un élément de lit qu'elle traverse pendant l'unité de temps. Comme la particule traverse le lit filtrant à la vitesse interstitielle moyenne $u = u_m/\epsilon$, la probabilité de rétention *par unité d'épaisseur* sera : $k = k' \epsilon/u_m$, soit :

$$k = \frac{1}{u_m y} \frac{\partial\sigma}{\partial\tau} \quad (9)$$

Il est important de remarquer que le fait même d'introduire cette probabilité de rétention k (ou k') et de supposer qu'elle est *indépendante de la concentration* y de la suspension revient à considérer que le système est du *premier ordre*. Le colmatage est donc un processus cinétique analogue à une réaction du premier ordre en cinétique chimique : toutes les particules ont le même comportement moyen quelle que soit leur concentration, et les interactions entre particules de la suspension sont négligeables. En revanche, la probabilité de rétention k d'une particule dépend du nombre de particules déjà arrêtées, c'est à dire de la rétention σ . Nous écrirons donc :

$$k = k_0 F(\sigma) \quad (10)$$

k_0 est la valeur de k pour le lit propre, donc au début du colmatage ; $F(\sigma)$ est la "fonction de rétention".

122 - DEFINITION DU COEFFICIENT DE FILTRATION

Combinons maintenant l'équation cinétique (9) et l'équation du bilan de matière (7) de la seconde approximation ; on trouve :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_\tau = -ky \quad (11)$$

Les auteurs ont souvent proposé de prendre comme équation de définition de la cinétique du colmatage l'équation :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_t = -\lambda y \quad (12)$$

λ est appelé le "coefficient de filtration". On voit que cette équation a la même forme que l'équation différentielle précédente (11) mais elle est écrite en fonction du temps t et non de l'âge τ . Les grandeurs λ et k ne s'identifient que si t et τ peuvent être confondus. En particulier, pendant la *période initiale* d'une filtration λ ne caractérise pas une équation cinétique du premier ordre et ne représente pas la probabilité de rétention d'une particule par unité d'épaisseur.

Dans la mesure où λ et k peuvent être confondus, nous écrivons :

$$\lambda = \lambda_0 F(\sigma) \quad (13)$$

où $F(\sigma)$ est la même fonction de rétention que dans la relation (10).

123 - FORME DE LA "FONCTION DE RETENTION" $F(\sigma)$

On observe expérimentalement que la probabilité de rétention k diminue en général à mesure que le lit se colmate. Ceci traduit vraisemblablement le fait que les sites de rétention des particules se satureront progressivement.

Appelons σ_M la valeur maximale de la rétention quand tous ces sites sont saturés et que la probabilité de rétention k s'annule. La forme mathématique la plus simple de la fonction $F(\sigma)$ est une loi de *décroissance linéaire*:

$$F(\sigma) = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_M} \quad (14)$$

Ceci signifie que la probabilité de rétention est, à chaque instant, proportionnelle au nombre de sites encore libres.

Cependant certains auteurs (21,41,46), IVES (20) en particulier, ont remarqué que dans certains cas, la probabilité de rétention pouvait commencer par augmenter, puis passait par un maximum avant de décroître. Ceci pourrait par exemple être dû au fait que les premières particules arrêtées bloqueraient des pores et augmenteraient la facilité de capture des particules arrivant ultérieurement au même point.

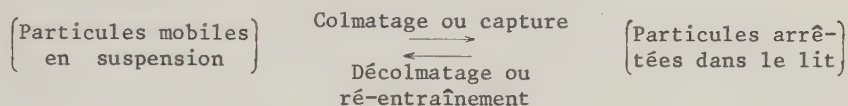
Pour rendre compte de cette augmentation initiale de $F(\sigma)$ et, plus généralement, de toutes les formes possibles de courbes expérimentales, l'expérience montre qu'il suffit de prendre une fonction à 3 paramètres ; par exemple :

$$F(\sigma) = (1 + b\sigma) \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}\right)^q \quad (15)$$

Le coefficient b positif permet de rendre compte de la croissance initiale ; l'exposant q permet d'ajuster la "courbure" de la fonction à tous les points expérimentaux.

124 - REMARQUE : INEXISTENCE DU RE-ENTRAÎNEMENT

Dans le cas général, nous devrions considérer qu'il existe des échanges de particules entre phase fixe et phase mobile, c'est à dire admettre la réversibilité des processus en écrivant :



En supposant que le processus de décolmatage soit également du premier ordre, l'équation cinétique (8) devrait donc être remplacée par l'équation plus générale :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = k'_c \epsilon y - k'_r \sigma \quad (16)$$

où k'_c serait la probabilité de capture et k'_r la probabilité de ré-entraînement.

Cependant, l'expérience (cf. § 335) montre que dans presque toutes les conditions opératoires de filtration industrielles, ce phénomène de ré-entraînement est négligeable et nous ne le ferons donc pas intervenir ultérieurement dans les équations.

13 - CALCUL DU BILAN GLOBAL DE LA RETENTION σ

Considérons le lit poreux partiellement colmaté à l'instant t_1 et portons notre attention sur les particules présentes dans une couche comprise entre les cotes z et $z+\Delta z$ (fig. 3). Leur volume est :

$$Q_1 = (\sigma + \epsilon y) \Omega \Delta z \quad (17)$$

Or la quantité totale de particules qui ont franchi la section d'entrée (de cote z) depuis l'instant initial jusqu'à cet instant t_1 est :

$$Q_2 = \Omega \int_0^{t_1} u_m y \, dt \quad (18)$$

De même la quantité totale de particules qui ont franchi la section de sortie (de cote $z+\Delta z$) depuis l'instant initial jusqu'à ce même instant t_1 est :

$$Q_3 = Q_2 + \frac{\partial Q_2}{\partial z} \Delta z \quad (19)$$

Ecrivons le bilan des particules, soit :

$$Q_1 = Q_2 - Q_3 \quad (20)$$

d'où :

$$(\sigma + \epsilon y) = - \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^{t_1} u_m y \, dt \right] \quad (21)$$

Remplaçons alors la concentration y par sa valeur tirée de l'équation cinétique (9) en tenant compte de la relation $dt = d\tau$ puisque z est constant ; il vient :

$$\int_0^{t_1} u_m y \, dt = \int_0^{t_1} \frac{1}{k} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \, dt = \int_0^{\sigma} \frac{d\sigma}{k} \quad (22)$$

puisque t n'intervient que par l'intermédiaire de σ .

Par conséquent,

$$\sigma + \epsilon y = - \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^{\sigma} \frac{d\sigma}{k} \right] = - \frac{1}{k} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_t$$

à condition que z n'intervienne que dans σ et non dans k_0 ;

ou encore
$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_t = -k (\sigma + \epsilon y) \quad (23)$$

Cette équation différentielle (23) est rigoureuse vis à vis du bilan de matière excepté la seule hypothèse que la diffusion est négligeable (troisième approximation); mais elle suppose que le colmatage est du premier ordre, que le ré-entraînement est inexistant et que le lit est homogène (propriétés identiques à l'instant initial quel que soit z). Dans la seconde approximation habituellement vérifiée, elle s'écrit après le changement de variable $\tau = t - \epsilon_0 z / u_m$ sous une forme particulièrement simple :

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_\tau = -k\sigma$$

(24)

Il est maintenant intéressant de rapprocher les 3 équations différentielles analogues que nous venons d'établir :

le bilan différentiel

 $\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = -u_m \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_\tau$
(7)

l'équation cinétique

 $\left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_\tau = -ky$
(11)

le bilan global

 $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_\tau = -k\sigma$
(24)

Ce système présente plusieurs propriétés remarquables que nous étudierons maintenant.

14 - PROPRIETES DES PROFILS DE RETENTION ET DE CONCENTRATION

141 - RELATION D'AFFINITE DES DEUX PROFILS

Les équations différentielles (11) et (24) ayant la même forme mathématique, il est possible d'éliminer entre elles la probabilité de rétention k et d'obtenir une relation symétrique :

$$\frac{1}{y} \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_{\tau} = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_{\tau}$$

d'où après intégration :

$$\text{Log } y = \text{Log } \sigma + c^{\text{ste}}$$

La constante se détermine à partir des valeurs de σ et de y dans une même couche servant de référence, par exemple la couche d'entrée :

$$\frac{y}{y_i} = \frac{\sigma}{\sigma_i} \quad (25)$$

y_i est la concentration de la suspension

σ_i est la rétention dans la couche d'entrée du lit qui sera caractérisée par l'indice i .

Rappelons que cette relation est absolument générale mais elle n'est valable que si les 4 termes y , y_i , σ et σ_i sont pris au même âge de la rétention τ . La relation permettra donc de passer facilement d'un profil de rétention $\sigma(z)$ à un profil de concentration $y(z)$ et inversement, sous réserve que l'on connaisse la rétention σ_i dans la couche d'entrée où y prend la valeur connue y_i .

142 - RETENTION DANS LE PLAN D'ENTREE

Cette rétention σ_i se calcule aisément par intégration de l'équation cinétique (9) pour la couche d'entrée ($z=0$), soit :

$$\frac{d\sigma_i}{F(\sigma_i)} = k_o u_m y_i d\tau$$

et par intégration

$$\int_0^{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{F(\sigma_i)} = k_o u_m y_i \tau \quad (26)$$

D'où on déduit que σ_i ne dépend que du groupe adimensionnel $k_o u_m y_i \tau$.

Par exemple, dans le cas particulier de la fonction simple

$$F(\sigma) = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}$$

on obtient :

$$\sigma_i = \sigma_M \left[1 - \exp \left(- \frac{k_o u_m y_i \tau}{\sigma_M} \right) \right] \quad (27)$$

soit encore :

$$\sigma_i = \sigma_M \left| 1 - \exp \left(- \frac{\tau}{\tau_c} \right) \right| \quad (28)$$

en posant :

$$\tau_c = \frac{\sigma_M}{k_o u_m y_i} \quad (29)$$

τ_c est la "constante de temps" du lit filtrant. On constate donc que la rétention à l'entrée augmente exponentiellement en fonction du temps et atteint sa valeur limite de saturation du lit σ_M (à 1 % près) au bout de $5 \tau_c$ environ.

Application numérique standard

Pour illustrer nos raisonnements théoriques par un exemple numérique pratique, nous traiterons tout au long de cet exposé, le cas d'une filtration "standard" qui aurait les propriétés suivantes :

- concentration de suspension $y_i = 0,001$
- rétention à la saturation $\sigma_M = 0,080$
- vitesse d'écoulement de suspension $u_m = 0,1 \text{ cm/s}$
- valeur initiale du coefficient de filtration $k_o \neq \lambda_o = 0,1 \text{ cm}^{-1}$
- $F(\sigma)$ loi de décroissance linéaire (relation (14))

Avec ces valeurs numériques, on calcule la constante de temps :

$$\tau_c = \frac{0,08}{0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,001} = 8 \text{ 000 secondes}$$

Il faudra donc 40 000 secondes soit 11 heures pour que la saturation dans la couche d'entrée soit atteinte à 1 % près. On pourra considérer que pendant les deux ou trois premières heures la rétention σ_i croît linéairement avec le temps selon la loi :

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\tau}{\tau_c} \quad \text{soit} \quad \sigma_i = 10^{-5} \tau \quad (30)$$

143 - VITESSE D'AVANCEMENT DU FRONT DE RETENTION

Considérons des profils de rétention (σ en fonction de z) à différents âges τ_1, τ_2, τ_3 (fig. 4). La relation (24) montre que la pente en un point d'une courbe ne dépend que de l'ordonnée de ce point. Il en résulte que tous les profils sont parallèles et se déduisent les uns des autres par translation parallèle à Oz. Le colmatage d'un lit poreux progresse donc comme un *front* de forme constante.

La vitesse d'avancement de ce front se calcule aisément, soit :

$$V_F = \left(\frac{\partial z}{\partial \tau} \right)_\sigma$$

En combinant les relations (7), (11), (24) et (25), il vient :

$$V_F = u_m \frac{y}{\sigma} = u_m \frac{y_i}{\sigma_i} \quad (31)$$

La vitesse V_F est, théoriquement du moins, infinie à l'instant initial lorsque $\sigma_i = 0$. Elle décroît ensuite rapidement et atteint la valeur constante $V_{F\infty} = u_m y_i / \sigma_M$ quand la couche d'entrée est saturée.

Par exemple, dans la "filtration standard" définie plus haut, les variations de V_F en fonction du temps sont représentées figure 5 et $V_{F\infty}$ vaut $1,25 \cdot 10^{-3}$ cm/s.

144 - FORME DU PROFIL DE RETENTION

L'équation différentielle (24) du bilan global de rétention s'écrit encore :

$$\frac{d\sigma}{k\sigma} = - dz$$

Rappelons que, selon notre hypothèse de colmatage du premier ordre, la probabilité k de rétention ne dépend pas de y et n'est fonction que de σ par la relation :

$$k = k_0 F(\sigma) \quad (10)$$

Puisque les variables sont séparées, l'intégration donne :

$$\int \frac{d\sigma}{\sigma F(\sigma)} = - k_0 z + c^{ste}$$

La constante d'intégration s'obtient pour $z = 0$ par la valeur de l'intégrale pour $\sigma = \sigma_i$, soit :

$$\int_0^{\sigma(\tau)} \frac{d\sigma}{\sigma F(\sigma)} - \int_0^{\sigma_i(\tau)} \frac{d\sigma_i}{\sigma_i F(\sigma_i)} = - k_0 z \quad (32)$$

Ces intégrales pourront être aisément calculées, soit algébriquement, soit numériquement, dès qu'on aura choisi la fonction de rétention $F(\sigma)$.

Prenons par exemple le cas de la fonction simple $F(\sigma) = 1 - \sigma / \sigma_M$, on obtient tous calculs faits :

$$\frac{\sigma}{\sigma_M} = \frac{1 - \exp(\tau / \tau_c)}{1 - \exp(\tau / \tau_c) - \exp(k_0 z)} \quad (33)$$

On retrouve bien la relation (28) entre σ_i et τ pour $z = 0$. Dans l'annexe 1 figurent les formules analogues pour d'autres fonctions $F(\sigma)$.

145 - FORME DU PROFIL DE CONCENTRATION

Ayant ainsi déterminé la forme du profil de rétention σ , c'est à dire la rétention σ pour chaque cote z et chaque âge τ , nous pouvons aisément en déduire la concentration y de la suspension pour les mêmes va-

leurs de z et de τ . Il nous suffira d'utiliser la relation de proportionnalité (25), soit :

$$\frac{y}{y_i} = \frac{\sigma}{\sigma_i} \quad (25)$$

Il est intéressant de remarquer que ces deux fonctions : $\sigma(z, \tau)$ et $y(z, \tau)/y_i$ ne dépendent que des deux groupements adimensionnels

$$k_o u_m y_i \tau \quad \text{et} \quad k_o z$$

quelle que soit la forme de la fonction de rétention $F(\sigma)$. Il sera donc particulièrement avantageux d'utiliser ces deux groupes adimensionnels pour représenter les résultats expérimentaux sous réserve que les paramètres étudiés n'interviennent que dans k_o et non dans $F(\sigma)$, ce que nous supposons réalisé.

146 - CAS OU y_i EST VARIABLE

Jusqu'à présent, nous avons tacitement admis que y_i restait constant dans le temps ; or il peut arriver que y_i soit variable. Dans ce cas, toutes les propriétés que nous avons énoncées auparavant demeurent exactes sous réserve de remplacer $y_i \tau$ par $\int_0^\tau y_i d\tau$.

147 - VALEUR MOYENNE DU RAPPORT y/y_i

Puisque le rapport y/y_i ne dépend que de $k_o z$ et $k_o u_m y_i \tau$ la valeur moyenne de y/y_i à une cote donnée ne dépendra que de $k_o u_m y_i \tau$ puisqu'il vaut :

$$(\bar{y}/y_i) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{y}{y_i} d\tau = \frac{1}{k_o u_m y_i \tau} \int_0^{k_o u_m y_i \tau} \frac{y}{y_i} d(k_o u_m y_i \tau) \quad (34)$$

Si y_i variait dans le temps, $(\bar{y}/y_i)$ resterait fonction de $k_o u_m \int_0^\tau y_i d\tau$ à une cote donnée à condition de prendre la moyenne non sur le temps mais sur la quantité de particules entrées dans le lit.

Par exemple, pour la fonction simple $F(\sigma) = 1 - \sigma/\sigma_M$ et pour $y_i = \text{cste}$, la valeur moyenne du rapport (y/y_i) s'écrit :

$$\left(\frac{\bar{y}}{y_i}\right) = \frac{\tau}{\tau_c} \left(\text{Log} \left[\exp(k_o z) + \exp\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right) - 1 \right] - k_o z \right) \quad (35)$$

148 - CALCUL COMPLET DES PROFILS POUR LA FONCTION SIMPLE $F(\sigma) = 1 - \sigma/\sigma_M$

La figure 6a présente toute une série de profils $\sigma(k_o z)$, correspondant à des valeurs croissantes de τ/τ_c , calculés d'après l'expression (32) dans le cas de la fonction simple $F(\sigma) = 1 - \sigma/\sigma_M$. Ces profils caractérisent la fonction $F(\sigma)$.

La figure 6b présente la série de profils de concentration $y(k_o z)$ correspondante.

On remarquera les points suivants :

. les courbes $\sigma(k_0 z)$ sont toutes parallèles. Pour $\tau/\tau_c < 5$, σ_i est inférieur à la rétention maximale σ_M , le profil de rétention n'est qu'une partie seulement du front de rétention et la vitesse d'avancement du profil décroît. Pour $\tau/\tau_c \geq 5$, σ_i a atteint pratiquement la valeur maximale σ_M , le front de rétention apparaît en entier et il se déplace à une vitesse constante : nous retrouvons toutes les propriétés signalées au § 143.

. les courbes $y(k_0 z)$ ne sont pas toutes parallèles :

- pour $\tau/\tau_c < 5$: elles n'ont pas la même forme ; elles ont une concavité tournée vers le haut pour τ/τ_c petit et elles passent progressivement à la forme classique du front avec un point d'inflexion. Cette mutation est achevée lorsque τ/τ_c atteint la valeur 5.

- pour $\tau/\tau_c \geq 5$: elles gardent une forme constante et se déplacent parallèlement à l'axe des abscisses à une vitesse constante ; on observera que la forme du front de concentration est identique à celle du front de rétention et que les vitesses d'avancement sont les mêmes ; ceci est normal et s'explique par la relation (25) qui s'écrit alors $y/y_i = \sigma/\sigma_M$ puisque $\sigma_i \neq \sigma_M$: il y a alors identité entre les deux profils.

15 - CALCUL PREVISIONNEL D'UN FILTRE AYANT UNE EFFICACITE DONNEE

151 - EXPOSE DU PROBLEME

Le problème du calcul prévisionnel d'un lit filtrant se pose souvent dans les termes suivants :

- Il faut épurer une suspension d'un matériau donné de concentration y_i donnée.

- La concentration du filtrat y_f (valeur instantanée ou valeur moyenne) devra rester inférieure ou égale à une valeur imposée jusqu'à la fin de la filtration.

- Il faut utiliser comme lit filtrant un matériau donné (sable par exemple).

- Il reste donc à choisir :

- . le lit filtrant (forme, taille des grains, épaisseur)
- . le débit de suspension u_m
- . le temps τ_F pendant lequel on fera fonctionner le filtre.

Traditionnellement, la filtration dans la masse s'effectue dans des lits de section constante constitués par l'empilement de grains identiques dont la taille est souvent imposée ; il ne reste alors qu'à choisir u_m , l'épaisseur totale du lit Z et τ_F qui satisfont aux condi-

tions imposées. Nous traiterons d'abord ce problème avant de donner quelques indications sur les autres types de lits.

En application de ce qui a été dit dans le paragraphe précédent, le rapport y_f/y_i (que nous appellerons la "fuite" du lit filtrant) ne dépend que de deux groupes adimensionnels :

$$k_o u_m y_i \tau_F \quad \text{et} \quad k_o Z$$

Cette fonction ne dépendant elle-même que de la forme de la fonction de rétention $F(\sigma)$. Le mode opératoire pour résoudre ce problème devra donc être le suivant :

152 - MODE DE RESOLUTION DU PROBLEME

1521 - Il faudra d'abord concevoir et réaliser une cellule expérimentale pour déterminer le coefficient k_o et la fonction $F(\sigma)$; nous donnons ailleurs un exemple de réalisation (§ 22).

1522 - Ayant déterminé ces grandeurs, nous calculerons $\sigma_i(\tau)$, c'est à dire la variation en fonction du temps de la rétention dans le plan d'entrée du filtre en calculant l'intégrale :

$$\int_0^{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{F(\sigma_i)} = k_o u_m y_i \tau \quad (26)$$

1523 - Nous déterminerons ensuite la fonction $\sigma(z, \tau)$ en calculant les intégrales de la relation (32), soit :

$$\int_0^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma F(\sigma)} - \int_0^{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{\sigma_i F(\sigma_i)} = -k_o z \quad (32)$$

1524 - Nous déduirons ensuite la fonction $y(z, \tau)$ en utilisant la relation (25) :

$$\frac{y}{y_i} = \frac{\sigma}{\sigma_i} \quad (25)$$

1525 - Nous aboutirions ainsi à un réseau de courbes analogues à celles de la figure 6. Dans certains cas, ces courbes pourraient aussi être déterminées directement à partir des données expérimentales. Cependant, comme on n'admet généralement que des débits de "fuite" très faibles, c'est à dire des rapports y_f/y_i petits, ce diagramme ne serait guère utilisable et il serait préférable de représenter ces mêmes résultats sous forme d'un réseau de courbes entre les groupes adimensionnels :

$$(k_o u_m y_i \tau_F) \quad \text{et} \quad (k_o Z)$$

pour différentes valeurs (instantanées ou moyennes) de la fuite y_f/y_i (fig. 7). La figure 7 est représentée dans le cas de la fonction simple $F(\sigma)=1-\sigma/\sigma_M$ et $\sigma_M=0,08$; en outre, la partie du lit saturée ($\sigma \geq 0,0795$

et $y \neq y_i$) a été délimitée.

1526 - En conclusion nous voyons que le problème tel que nous l'avons posé aura une double infinité de solutions :

. Nous pouvons choisir arbitrairement la vitesse u_m en premier lieu et en déduire k_0 .

. Nous pouvons choisir ensuite arbitrairement l'épaisseur du filtre Z d'où la valeur du groupe $k_0 Z$.

. Nous déduirons par la figure 7 la valeur du second groupe adimensionnel $k_0 u_m y_i \tau_F$ qui donnera la durée de filtration τ_F .

NOTE : En réalité, on ne peut choisir Z et u_m entièrement indépendamment l'un de l'autre : en effet, puisque k décroît avec la rétention σ , il faut que y_f/y_i à l'instant initial soit au moins inférieur ou égal à la "fuite" maximale autorisée $(y_f/y_i)_\ell$; or, à cet instant $y_f/y_i = e^{-k_0 Z}$ et par conséquent la condition suivante doit être vérifiée :

$$k_0 Z \geq \text{Log} \left(\frac{y_i}{y_f} \right)_\ell \quad (36)$$

Donc il faut que $k_0 Z$ soit supérieur à une valeur minimale et cela apparaît nettement sur la figure 7.

A débit donné, il existe une valeur *minimale* pour Z d'autant plus grande que $(y_f/y_i)_\ell$ est plus petit. Pour une épaisseur du lit Z donnée, il existera une valeur *maximale* du débit d'autant plus faible que le débit de fuite sera plus petit, puisque k_0 décroît toujours quand u_m augmente.

1527 - Exemple d'application à la filtration standard

Dans la filtration standard définie précédemment, nous avons pris $y_i = 0,001$. Imposons nous une fuite maximale instantanée $(y_f/y_i)_\ell = 0,025$, toutes les autres données restant les mêmes.

Nous pouvons alors calculer la relation algébrique entre les deux groupes adimensionnels pour cette valeur fixée de la fuite, soit :

$$\left(\frac{y_f}{y_i} \right)_\ell = \frac{\exp(k_0 u_m y_i \tau_F / \sigma_M)}{-1 + \exp(k_0 Z) + \exp(k_0 u_m y_i \tau_F / \sigma_M)}$$

Comme $(y_f/y_i)_\ell$ est petit, cette relation se simplifie en :

$$\frac{k_0 u_m y_i \tau_F}{\sigma_M} = k_0 Z \cdot \text{Log} \left(\frac{y_i}{y_f} \right)_\ell \quad (37)$$

ce qui montre que les courbes $y_f/y_i = \text{cte}$ sont des droites parallèles dans le diagramme $k_0 u_m y_i \tau_F$ en fonction de $k_0 Z$ comme on a pu le noter sur la figure 7.

Nous en avons déduit un graphique pratique (fig. 8), consistant à tracer les courbes $y_f/y_i=0,025$ en portant τ_F en fonction de Z pour différentes valeurs du débit de suspension u_m : nous avons supposé k_0 inversement proportionnel à u_m .

Sur ce diagramme on retrouve donc une série de droites et leur intersection avec l'axe des abscisses donne l'épaisseur *minimale* du lit correspondant au débit choisi.

Pour aller plus loin dans ce calcul et rechercher quel est le "meilleur" filtre dans cette double infinité de solutions, nous devons introduire au moins une nouvelle contrainte et procéder par optimisation : c'est ce que nous ferons maintenant.

16 - CALCUL PREVISIONNEL DU FILTRE OPTIMAL AYANT UNE EFFICACITE ET UNE

CHUTE DE PRESSION DONNEES

161 - INFLUENCE DE LA RETENTION SUR LA CHUTE DE PRESSION

A débit de suspension constant, la chute de pression dans le lit en cours de colmatage augmentera avec la rétention puisqu'il restera de moins en moins d'espace libre pour l'écoulement.

Nous poserons que la chute de pression ΔP dans une mince couche colmatée, où la rétention est σ , est donnée par :

$$\Delta P = \Delta P_0 G(\sigma) \quad (38)$$

où ΔP_0 est la chute de pression à travers la même couche mais propre et dans les mêmes conditions d'écoulement.

Nous admettrons que la concentration de la suspension ainsi que son débit et sa viscosité ne jouent aucun rôle dans $G(\sigma)$, mais n'interviennent que dans l'expression de ΔP_0 donnée généralement par la relation de DARCY.

La fonction $G(\sigma)$ traduit l'effet de la rétention des particules sur la texture géométrique du lit et par là sur sa perméabilité. Cette fonction doit donc être liée à la fonction $F(\sigma)$ qui traduisait la cinétique du colmatage.

De nombreux auteurs ont proposé des expressions semi-empiriques de $G(\sigma)$, souvent de forme homographique à 2 paramètres. Il nous semble préférable et plus simple de prendre un développement limité à deux termes :

$$G(\sigma) = 1 + m_1 \sigma + m_2 \sigma^2 \quad (39)$$

Lorsque σ reste petit de l'ordre de 0,01 à 0,02, il suffit de ne prendre que le premier terme, soit :

$$G(\sigma) = 1 + m_1 \sigma \quad (40)$$

Il a été bien souvent vérifié expérimentalement que la chute de pression totale à travers le lit *croît linéairement avec le temps* au cours de la période initiale du colmatage si la concentration y_i reste constante ; une relation du type (40) explique ce fait.

En effet, la chute de pression totale s'écrit :

$$P = \int_0^Z \frac{\Delta P}{\Delta z} dz = \int_0^Z \frac{\Delta P}{\Delta P_0} \frac{\Delta P_0}{\Delta z} dz$$

ou encore :

$$P = \frac{\Delta P_0}{\Delta z} \int_0^Z \frac{\Delta P}{\Delta P_0} dz \quad (41)$$

Or en remplaçant $\Delta P/\Delta P_0$ et en tenant compte de (38) et (40)

$$P = \frac{\Delta P_0}{\Delta z} \int_0^Z (1 + m_1 \sigma) dz$$

Mais au début du colmatage peu de particules sortent du lit et on peut admettre que toutes les particules entrées dans le lit y sont retenues, donc :

$$P = P_0 \left(1 + \frac{m_1 u y_i \tau}{Z} \right) \quad (42)$$

où P_0 est la chute de pression totale à l'instant initial. La chute de pression augmente donc linéairement avec le temps.

162 - CHUTE DE PRESSION TOTALE DANS UN LIT COLMATÉ

Considérons un lit partiellement colmaté dans lequel σ et par conséquent $\Delta P/\Delta z$ varient avec la cote z .

Nous avons montré précédemment (voir §143) que les courbes $\sigma(z)$ ou $\sigma(k_0 z)$ ont une forme constante et se déplacent parallèlement à l'axe Oz ; il nous suffit d'en considérer une seule. Nous prendrons une courbe correspondant à $\sigma_i \neq \sigma_M$, c'est à dire une des dernières courbes du réseau de la figure 6a. Cette courbe est reproduite sur la figure 9 ainsi que la courbe de chute de pression différentielle $\Delta P/\Delta P_0$ qui s'en déduit, pour chaque valeur de σ , par la relation (38):

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_0} = G(\sigma) \quad (38)$$

Nous avons pris pour l'ensemble des valeurs de σ ($0 < \sigma < 0,08$) la fonction $G(\sigma)$ suivante :

$$G(\sigma) = 1 + 75 \sigma + 750 \sigma^2 \quad (43)$$

Pour $\sigma=0,08$, $G(\sigma)=11,8$ qui est un ordre de grandeur souvent observé.

La chute de pression totale sur toute la longueur Z du lit est donnée par l'expression (41):

$$P = \frac{\Delta P_o}{\Delta z} \int_0^Z \frac{\Delta P}{\Delta P_o} dz \quad (41)$$

soit :

$$P = \frac{\Delta P_o}{\Delta z} \frac{1}{k_o} \int_0^{k_o Z} \frac{\Delta P}{\Delta P_o} d(k_o z) \quad (44)$$

Introduisons la fonction :

$$\Pi = \int_0^{k_o Z} \frac{\Delta P}{\Delta P_o} d(k_o z) \quad (45)$$

qui est l'intégrale de la courbe $\Delta P/\Delta P_o$ en fonction de $k_o z$ et qui peut être aisément calculée dès que l'on connaît k_o , $F(\sigma)$ et $G(\sigma)$ et qui est également représentée figure 9.

Cette fonction permettra de calculer la chute de pression dans un lit partiellement colmaté dont on connaît la rétention σ_i dans le plan d'entrée puisque la courbe σ/σ_i dans le lit colmaté est une partie de la courbe de front de rétention tracée figure 9. On définira alors $k_o z_i$ et $k_o z_f$ les abscisses des plans d'entrée et de sortie du lit partiellement colmaté sur cette courbe de front ; elles sont telles que :

$$z_f - z_i = Z \quad (46)$$

Z étant l'épaisseur totale du lit.

Dans ces conditions :

$$P = \frac{1}{k_o} \frac{\Delta P_o}{\Delta z} \int_{k_o z_i}^{k_o z_f} \frac{\Delta P}{\Delta P_o} d(k_o z)$$

soit encore :

$$P = \frac{1}{k_o} \frac{\Delta P_o}{\Delta z} [\Pi_f - \Pi_i] \quad (47)$$

où Π_f et Π_i sont les valeurs de la fonction Π pour $k_o z_f$ et $k_o z_i$.

163 - EXPRESSION D'UNE CONTRAINTE DE CHUTE DE PRESSION MAXIMALE

Nous avons dit plus haut que dans le calcul prévisionnel d'un lit filtrant industriel, il convenait d'ajouter une contrainte supplémentaire concernant la chute de pression maximale du liquide en écoulement au travers du lit.

Une contrainte fréquemment utilisée consistera à imposer que la chute de pression, en fin d'opération, doit être au plus égale à une valeur P_ℓ donnée a priori.

Le mode de traitement de ce problème sera le suivant :

. Il faudra concevoir et réaliser une cellule expérimentale pour mesurer la chute de pression ΔP dans une mince couche de lit filtrant, dans laquelle la rétention σ sera à peu près uniforme et ajustable à une valeur quelconque entre zéro et le maximum prévisible dans le lit industriel. Cette cellule servira à déterminer :

- La perméabilité B_o du lit non colmaté définie par la relation de DARCY :

$$u_m = \frac{B_o}{\eta} \frac{\Delta P_o}{\Delta Z} \quad (48)$$

où η est la viscosité dynamique du liquide.

- La fonction $G(\sigma)$ définie par la relation (38) :

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_o} = G(\sigma) \quad (38)$$

. Nous en déduirons alors par les relations (45) et (47) la chute de pression totale P en fonction de la longueur Z du lit et du débit u_m pour une valeur de σ_1 donnée ; cette dernière valeur dépendant elle-même du temps τ par l'expression (26) comme nous l'avons vu plus haut.

Nous obtiendrons donc la fonction :

$$P(u_m, Z, \tau) = \frac{\eta u_m}{k B_o} (\Pi_f - \Pi_1) \quad (49)$$

. Nous imposerons alors que cette grandeur P soit au maximum égale à P_ℓ en fin d'opération, soit :

$$P(u_m, Z, \tau_F) = P_\ell \quad (50)$$

Cette contrainte sera représentée par un réseau de courbes sur le graphique donnant τ_F en fonction de Z avec u_m comme paramètre.

. Nous chercherons alors l'intersection de chaque courbe de ce réseau et de la courbe homologue (pour la même valeur de u_m) du réseau précédent (§ 1527). Nous obtiendrons ainsi une courbe unique donnant le lieu des points d'intersection.

. En conclusion, il existe donc une *infinité* de solutions au problème que nous nous sommes posé, compte tenu des deux *contraintes*, l'une sur la "fuite" maximale, l'autre sur la *chute de pression* maximale.

164 - EXEMPLE D'APPLICATION A LA FILTRATION STANDARD

Reprenons l'exemple de la filtration standard définie précédemment et apportons deux nouvelles informations à savoir la perméabilité

B_o et la fonction $G(\sigma)$, soit :

$$B_o = 2.10^{-6} \text{ cm}^2$$

$$G(\sigma) = 1 + 75 \sigma + 750 \sigma^2 \quad (43)$$

Nous pourrions en déduire l'expression analytique de $\Pi(k_o z)$ puisque σ et $k_o z$ sont liés par l'expression (33) mais les calculs seraient complexes ; il est préférable de procéder de la manière suivante :

. Pour tout âge de la rétention τ on déduit σ_i par la relation (28),

. En utilisant la relation (47), on détermine l'épaisseur Z du lit dont la rétention dans la couche d'entrée est cette valeur σ_i et tel que la chute de pression soit égale à P_ℓ ,

. On construit ainsi le réseau de courbes τ_F en fonction de Z pour $P=P_\ell$ avec différentes valeurs de u_m ,

. Cette construction peut être purement graphique avec l'utilisation de la figure 9 ou purement numérique avec l'emploi d'un ordinateur.

Nous avons donc tracé un tel réseau de courbes τ_F en fonction de Z avec $P_\ell=0,5$ bar (fig. 8). On notera que les courbes sont pratiquement des droites sauf pour les petites valeurs de Z ; explication : tant que τ_F reste petit, les rétentions sont faibles et peu de particules sortent du lit ; alors $G(\sigma)$ varie linéairement avec σ et l'expression (42) est valable : si $P=P_\ell$, Z et τ sont liés par une expression linéaire.

Les intersections des courbes $P=P_\ell$ et $y_f/y_i=(y_f/y_i)_\ell$ correspondant au même débit fournissent la courbe optimale.

On notera que cette courbe optimale coupe l'axe OZ et qu'il existe une *valeur maximale* de u_m : dans l'exemple choisi ce serait $u_m \neq 0,55$ cm/s. En effet, plus u_m est grand, plus le lit doit être épais pour épurer suffisamment la suspension, donc plus la chute de pression initiale est importante ; il pourra donc arriver qu'à l'instant initial elle soit supérieure à la valeur limite autorisée P_ℓ et par conséquent, le lit filtrant ne satisfera pas les conditions imposées. Pour qu'il les satisfasse au moins à l'instant initial, il faut que :

$$k_o Z \geq \text{Log} \left(\frac{y_i}{y_f} \right)_\ell \quad (36)$$

$$P_o = \frac{\Delta P_o}{\Delta z} Z \leq P_\ell \quad (51)$$

Par conséquent,

$$\frac{k_o}{\frac{\Delta P_o}{\Delta z}} \geq \frac{1}{P_\ell} \text{Log} (y_i/y_f)_\ell \quad (52)$$

Ce rapport $k_o/(\Delta P_o/\Delta z)$ caractérise l'efficacité du lit : plus il est grand, plus le filtre pourra retenir de particules sous une chute de pression donnée ; comme k_o décroît toujours quand u_m croît, ce rapport diminuera quand u_m augmentera et la condition (52) peut donc s'interpréter comme une contrainte supplémentaire sur u_m (existence d'un débit maximal) inhérente au matériau du lit filtrant.

165 - CRITERE DE FACILITE D'UNE FILTRATION

La condition d'existence de la filtration (52) que nous venons d'établir peut se mettre sous une forme adimensionnelle, ce qui conduit à définir un *critère adimensionnel* : X :

$$X = \frac{k_o P_\ell}{\frac{\Delta P_o}{\Delta z} \text{Log} \left(\frac{y_i}{y_f} \right)_\ell} \geq 1 \quad (53)$$

Pour que la filtration soit possible, compte tenu des contraintes imposées, il est indispensable que le critère X soit supérieur à l'unité. Mais nous pouvons aller plus loin et dire que la filtration sera d'autant plus facile que ce critère sera plus grand. En effet, quand X est grand, cela signifie qu'à l'instant initial, soit la chute de pression P est très inférieure à la limite P_ℓ imposée, soit la fuite y_f est très inférieure à la limite $(y_f)_\ell$ imposée. Nous avons donc toute facilité pour varier la vitesse u_m et l'ajuster à sa valeur optimale, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

La figure 10 montre à titre d'exemple la variation du critère X en fonction de la vitesse u_m dans le cas de la filtration standard définie plus haut. Il sera intéressant de calculer cette fonction $X(u_m)$ pour tout projet de filtration : il apparaît que l'opération de filtration sera d'autant plus facile à réaliser que cette courbe sera éloignée de l'unité.

X est le CRITERE DE FACILITE d'une filtration.

166 - APPLICATION A LA COMPARAISON DE DIVERS MATERIAUX FILTRANTS

Nous avons jusqu'à présent supposé que le lit filtrant était constitué d'un matériau imposé, par exemple d'un empilement de grains sphériques de diamètre d_g .

Supposons maintenant que nous ayons la possibilité de choisir la granulométrie d_g de ce matériau. Nous pourrions alors, pour chaque valeur du diamètre d_g , calculer la fonction $X(u_m)$, puis comparer les diverses courbes correspondantes afin de choisir celle qui donnerait la

filtration la plus facile.

Essayons de prévoir, dans le cas général, le sens de l'influence du diamètre d_g :

. En régime d'écoulement laminaire (loi de KOZENY-CARMAN), la chute de pression $\Delta P_0/\Delta z$ varie comme d_g^{-2} .

. Par ailleurs, les nombreuses études expérimentales réalisées dans les conditions les plus variées n'ont pas permis d'établir une loi générale de variation de la probabilité de rétention initiale k_0 en fonction du diamètre d_g des grains. Nous pouvons cependant écrire :

$$k_0 \text{ proportionnel à } d_g^{-m} \quad (54)$$

avec m compris entre 0 et 4 suivant les matériaux.

. Il en résulte que le critère X varie comme d_g^{2-m} .

La figure 10 montre, à titre d'exemple, les courbes déduites de celle correspondant à la filtration standard en supposant d'une part $m=0$ et d'autre part $m=4$.

On voit que dans le premier cas ($m=0$) X est d'autant plus grand que d_g est plus grand, alors que dans le deuxième cas ($m=4$) nous aboutissons à la conclusion inverse. Cette conclusion a un sens physique clair :

Si la diminution du diamètre d_g des grains filtrants provoque une augmentation de chute de pression moins rapide que l'augmentation de la probabilité de rétention, on a intérêt à choisir une valeur de d_g aussi petite que possible. La conclusion sera évidemment inverse dans le cas contraire.

17 - OPTIMISATION COMPLETE D'UN FILTRE AYANT UNE EFFICACITE ET UNE CHUTE DE PRESSION DONNEES, AINSI QU'UNE PRODUCTIVITE OPTIMALE

171 - GENERALITES

Nous venons de montrer que pour des valeurs maximales imposées de la chute de pression et de la fuite, il restait une infinité de solutions représentée par une relation entre deux des trois variables τ_F , u_m , Z . Comment aller plus loin et imposer une contrainte supplémentaire pour obtenir la solution économiquement optimale ?

Il nous faut calculer l'incidence de cette filtration sur le prix de revient du filtrat.

Soit $V = u_m \tau_F$ le volume de filtrat traité avec le débit u_m , pendant le temps $(\tau_F + t_a)$; t_a est le temps d'arrêt nécessaire pour nettoyer le filtre entre deux opérations successives.

. Les frais de fonctionnement dépensés pour traiter ce volume V comportent une part de frais fixes F_1 indépendants de V et une part proportionnelle à l'énergie consommée pour faire écouler le fluide, soit :

$$\text{Frais de fonctionnement} = F_1 + F_2 u_m \int_0^{\tau_F} P d\tau$$

. Les frais d'installation du filtre comportent de même une partie fixe F_3 et une partie proportionnelle à l'épaisseur Z du filtre, soit :

$$\text{Frais d'installation} = F_3 + F_4 Z$$

La fonction "prix de revient" ramenée à l'unité de volume de filtrat est donc de la forme :

$$F_r = \frac{F_1 + F_2 u_m \int_0^{\tau_F} P d\tau + F_3 + F_4 Z}{u_m \tau_F}$$

La minimisation de cette grandeur conduira à une nouvelle contrainte de la forme :

$$\psi(\tau_F, u_m, Z) = 0$$

Cette contrainte représentée sur le graphique τ_F en fonction de Z donnera la solution optimale par son intersection avec la courbe précédemment déterminée.

Le problème d'optimisation économique dans le cas général se révèle complexe par suite des nouveaux paramètres F_1 , F_2 , F_3 et F_4 introduits. Faute de renseignements précis sur les coûts, nous ne pouvons l'aborder dans son intégralité. Par ailleurs, le problème d'optimisation économique se pose parfois différemment : étant donné un prix de revient maximum imposé, quel est le filtre qui permettra de traiter par unités de temps et de section la plus grande quantité de suspension ? Ici le critère du choix est la quantité de filtrat produite. Il faut remarquer que prix de revient minimal et production maximale sont dans une certaine mesure contradictoires : en effet, plus la filtration est courte et le débit réduit, plus le prix de revient est faible (perte de charge peu élevée, lit peu épais) mais la quantité produite pendant un cycle reste petite ; à fort débit c'est le contraire.

Examinons comme exemple le cas simplifié suivant : quel est le filtre qui donne en moyenne la plus grande production par unité de temps ?

172 - LE CRITERE D'OPTIMISATION EST LA PRODUCTION

Nous ne tiendrons aucun compte du coût de la filtration mais

chercherons uniquement à obtenir la plus grande production pendant tout le cycle de filtration. La production moyenne est :

$$\frac{V}{\tau_F + t_a} = \frac{u_m \tau_F}{\tau_F + t_a} \quad (55)$$

Nous opérerons de la manière suivante :

Pour plusieurs points de la courbe τ_F en fonction de Z définie précédemment (§ 16) nous calculerons cette production moyenne et chercherons s'il existe une valeur maximale qui sera la solution du problème. En reprenant la filtration "standard" et en supposant un temps d'arrêt $t_a = 1h$, nous obtenons la courbe tracée fig. 11 : elle possède un maximum pour $u_m = 0,3$ cm/s c'est donc la solution optimale.

Grâce à la figure 8, on sait que le lit doit alors avoir une épaisseur de 135 cm et que la filtration durera 2 heures.

NOTE : Cette durée de filtration peut paraître courte mais lorsqu'on choisit comme critère la production *moyenne pendant tout le cycle*, ce n'est pas toujours la filtration qui dure le plus longtemps qui est la meilleure.

173 - CONCLUSION - INCONVENIENT DU LIT CYLINDRIQUE

Nous venons donc de traiter le problème du choix du filtre ayant une efficacité donnée, une perte de charge maximale autorisée et une productivité optimale ; cependant, les raisonnements ont été faits pour le lit filtrant classique cylindrique et homogène ; les autres types de lits n'ont pas été envisagés. Dans ce lit cylindrique, ce sont surtout les couches supérieures qui sont colmatées et la relation (25) le montre bien : le rapport des rétentions dans les couches de sortie et d'entrée est égal à la "fuite" autorisée, de l'ordre de 0,01. Donc les couches inférieures ne participent guère à la filtration et la perte de charge est principalement localisée dans le haut du lit : ceci est peu rationnel et c'est la raison pour laquelle d'autres types de lits sont utilisés.

18 - LITS NON-UNIFORMES

181 - PRINCIPE

Pour réaliser une meilleure répartition des rétentions, il convient de filtrer dans des lits dont l'efficacité varie avec l'épaisseur :

. à l'entrée du lit, la suspension est légèrement filtrée par des couches peu efficaces où la chute de pression n'augmente pas très vite ;

. à la sortie du lit, une couche très efficace "affine" la suspension sans que la chute de pression ne croisse très vite car la suspension y arrive déjà partiellement épurée.

Ainsi évite-t-on d'appliquer directement sur les couches efficaces la suspension à filtrer comme dans le lit traditionnel.

Pratiquement, les lits non uniformes sont d'un des types suivants :

- lits de section constante constitués par l'empilement de couches différentes,
- lits de section constante mais de granulométrie décroissant de l'entrée à la sortie,
- lits annulaires avec écoulement centrifuge.

182 - MODE DE RESOLUTION DU PROBLEME POSE

Dans de tels lits, la théorie macroscopique du colmatage que nous avons présentée aux paragraphes 13 et 14 n'est plus valable puisque k_0 dépend de z . Cependant, les équations différentielles du bilan de matière local et de la cinétique demeurent exactes et on procédera de la manière suivante :

. On déterminera expérimentalement les fonctions $F(\sigma)$, $G(\sigma)$ ainsi que k_0 , B_0 en fonction des paramètres expérimentaux, à savoir z , u_m , d_g comme précédemment pour le lit cylindrique.

. On intégrera numériquement (l'aide de l'ordinateur est indispensable) les équations différentielles pour obtenir les profils de rétention et de concentration dans le lit ainsi que la chute de pression.

. On établira les graphiques analogues à ceux des paragraphes 15, 16 et 17 et on choisira entre toutes les solutions possibles, fort nombreuses puisque le lit sera défini par plusieurs paramètres, celle qui assure la filtration optimale.

Aussi la démarche est-elle la même que pour le lit cylindrique mais nécessite-t-elle l'utilisation d'un ordinateur. Nous traiterons maintenant le cas des lits annulaires dont les propriétés sont intéressantes.

19 - LITS ANNULAIRES A ECOULEMENT CENTRIFUGE

La figure 12 représente schématiquement un tel lit. Nous supposons que le débit de suspension *entrant* dans le lit est constant

et que les grains sont uniformes.

191 - BILAN DE MATIERE LOCAL

On peut généralement considérer que la seconde approximation est vérifiée et le bilan s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \varepsilon_o \frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{u_{mi} r_i}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (56)$$

u_{mi} est la vitesse en fût vide dans la couche d'entrée de rayon r_i ,
 r est le rayon de la couche annulaire envisagée.

On définira également l'âge de la retention τ qui sera :

$$\tau = t - \int_{r_i}^r \frac{\varepsilon_o r}{u_{mi} r_i} dr = t - \frac{r^2 - r_i^2}{2 r_i u_{mi}} \varepsilon_o \quad (57)$$

On vérifie facilement que le changement de variables entre t et τ donne :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = - \frac{u_{mi} r_i}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \quad (58)$$

192 - EQUATION CINETIQUE

On pourra admettre que les probabilités de rétention sont indépendantes de la concentration de la suspension et on écrira :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = k \frac{u_{mi} r_i}{r} y \quad (59)$$

soit encore :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = k_o \frac{u_{mi} r_i}{r} F(\sigma) y$$

en se rappelant que k_o varie avec u_m donc avec r .

Ou encore en combinant avec l'équation du bilan :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial r} \right)_{\tau} = - k_o F(\sigma) y \quad (60)$$

193 - CHUTE DE PRESSION A TRAVERS LE LIT

. A l'instant initial, la chute de pression P_o s'écrit :

$$P_o = \left(\frac{\Delta P}{\Delta r} \right)_i \int_{r_i}^r \frac{r_i}{r} dr = \left(\frac{\Delta P}{\Delta r} \right)_i r_i \text{Log} \frac{r}{r_i} \quad (61)$$

où $(\Delta P_o / \Delta r)_i$ est le gradient hydraulique dans la couche d'entrée.

. La chute de pression à travers le lit colmaté sera :

$$P = \left(\frac{\Delta P}{\Delta r} \right)_i \int_{r_i}^r \frac{\Delta P}{\Delta P_o} \frac{r_i}{r} dr \quad (62)$$

194 - CAS OU k_o EST INVERSEMENT PROPORTIONNEL A u_m

Si k_o est inversement proportionnel au débit u_m , les équations différentielles du lit annulaire sont formellement identiques à celles du lit homogène cylindrique sous réserve de remplacer z par $(r^2 - r_i^2)/(2r_i) = R$

On pourra vérifier que :

. le bilan local devient :

$$\text{ou} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \varepsilon_o \frac{\partial y}{\partial t} = - u_{mi} \frac{\partial y}{\partial R} \quad (63)$$

$$\text{avec} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = - u_{mi} \frac{\partial y}{\partial R} \quad (64)$$

$$\tau = t - \frac{\varepsilon_o R}{u_{mi}} \quad (57)$$

. l'équation cinétique s'écrit :

$$\text{ou bien} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = k_{oi} u_{mi} F(\sigma) y \quad (65)$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial R} \right)_\tau = - k_{oi} F(\sigma) y$$

. l'équation du bilan global (établie comme au § 13) est :

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial R} \right)_\tau = - k_{oi} F(\sigma) \sigma \quad (66)$$

Par conséquent, toutes les propriétés macroscopiques établies aux paragraphes 13 et 14 seront applicables au lit annulaire, sous réserve de remplacer z par $R \approx (r^2 - r_i^2)/(2r_i)$. Néanmoins, tout ce qui concerne la chute de pression n'est pas transposable (comme l'utilisation de la fonction Π par exemple). Ce cas particulier s'explique ainsi : le débit de suspension décroît comme r_i/r en s'éloignant de la couche d'entrée et la probabilité de rétention augmente comme r/r_i ; si bien que les effets se compensent et tout se passe comme dans un lit uniforme avec $k_o u_m = \text{cste}$.

195 - COMPARAISON DES LITS ANNULAIRES ET CYLINDRIQUES

1951 - A r_i fixé

La comparaison des lits annulaires et cylindriques ne saurait être faite simplement dans le cas général ; intéressons-nous à un autre cas particulier : le début de la filtration lorsque le colmatage est ré-

duit et k pratiquement constant et égal à k_0 . Nous supposons que les deux lits sont constitués par le même matériau et que les débits de suspension par unité de section de la couche d'entrée sont identiques. Nous admettrons que k_0 varie comme u_m^{-n} , expression souvent proposée par les auteurs.

. La relation entre l'épaisseur Z du lit cylindrique et r_f et r_i du lit annulaire équivalent (même fuite y_f/y_i) est la suivante (voir annexe 1) :

$$Z = \frac{r_i}{n+1} \left[\left(\frac{r_f}{r_i} \right)^{n+1} - 1 \right] \quad (67)$$

. Le rapport des chutes de pression dans le lit annulaire et le lit cylindrique équivalent est :

$$\frac{r_i}{Z} \log \frac{r_f}{r_i} \quad (68)$$

. Le rapport des volumes du lit annulaire et du lit cylindrique équivalent par unité de section de la couche d'entrée est :

$$\frac{r_f^2 - r_i^2}{2r_i Z} \quad (69)$$

Calculons donc r_f et ces rapports en supposant que $Z=100$ cm et $r_i=10$ cm pour différentes valeurs de n (voir tableau 1).

n	0	1	2	3	4
r_f cm	110	45,8	31,4	25,2	22,0
Rapport des chutes de pression	0,24	0,152	0,114	0,092	0,079
Rapport des volumes	6,0	1,0	0,445	0,268	0,242

TABLEAU 1 : caractéristiques des lits annulaire et cylindrique ($Z=100$ cm, $r_i=10$ cm).

On notera que la chute de pression dans le lit annulaire est nettement inférieure à celle dans le lit cylindrique et ce, pour toute valeur de n . C'est là le principal avantage des lits annulaires à écoulement centrifuge puisque l'augmentation d'efficacité dans les dernières couches s'accompagne d'une réduction de la chute de pression, alors que dans les lits à section constante l'accroissement d'efficacité est obtenue avec des grains plus fins, donc au détriment de la chute de pression.

On remarquera également que l'encombrement du lit annulaire est de loin supérieur à celui du lit cylindrique pour $n < 1$ alors que c'est l'inverse pour $n > 1$.

Pour $n = 1$ les volumes des deux lits sont toujours identiques : en effet, pour $n = 1$ il y a identité entre les relations (67) et (69).

On observera que le lit annulaire est d'autant plus intéressant que n est plus grand : en effet, plus n est grand, plus k_0 varie rapidement avec u_m et donc plus le lit annulaire est préférable au lit cylindrique où la vitesse constante ne permet pas de profiter de cette variation de k_0 . En revanche, si n est inférieur à 1, le colmatage progresse d'autant plus vite que u_m est plus grand et le lit annulaire à écoulement centrifuge s'avère moins intéressant que le lit cylindrique, excepté pour la chute de pression ; c'est alors qu'un lit annulaire à écoulement centripète fournirait les meilleurs résultats pour le colmatage.

1952 - Influence de r_i

Examinons maintenant le rôle de r_i dans la comparaison des deux types de lit. Plaçons nous à Z donné (ou ce qui revient au même à y_f/y_i fixé) et étudions ce qui se passe quand r_i diminue ; le calcul des dérivées montre que :

- $\frac{r_f}{r_i}$ augmente
- r_f diminue
- $r_f - r_i$ diminue sauf si $n=0$ car alors $r_f - r_i = Z$
- la chute de pression diminue
- le volume du lit annulaire
 - augmente si $n < 1$
 - reste constant si $n = 1$
 - diminue si $n > 1$

Explication physique : le lit annulaire agit de deux manières : d'une part, par son épaisseur ($r_f - r_i$) et d'autre part, par son évasement r_f/r_i qui réduit la vitesse. Lorsque r_i augmente, le rôle joué par l'évasement devient secondaire car le rapport r_f/r_i n'est pas très élevé et c'est $r_f - r_i$ qui intervient surtout : notons d'ailleurs que le lit cylindrique serait un lit annulaire de rayon infini. En revanche, si r_i diminue c'est l'évasement qui joue le principal rôle et $r_f - r_i$ diminuera. Enfin, remarquons que l'évasement ne présente de l'intérêt que si n est supérieur à 1.

Dans le tableau 2 figurent les mêmes grandeurs que dans le tableau 1, mais calculées pour $r_i = 5$ cm, Z restant 100 cm.

n	0	1	2	3	4
r_f (cm)	105	32	19,7	15	12,6
Rapport des chutes de pression	0,152	0,093	0,069	0,055	0,0462
Rapport des volumes	11,0	1,0	0,362	0,200	0,135

TABLEAU 2 : caractéristiques comparées des lits annulaire et cylindrique ($r_i=5$ cm).

1953 - Conclusion

Le lit annulaire à écoulement centrifuge est particulièrement intéressant si n est ≥ 1 et ce, d'autant plus que n est grand et r_i petit. En revanche, si n est < 1 , le lit annulaire aura un encombrement plus grand que le lit cylindrique mais néanmoins la chute de pression sera moins élevée.

1954 - Application numérique

Reprenons l'exemple de la filtration "standard" ; au paragraphe 172, nous avons donné la solution optimale pour le lit cylindrique : $Z=135$ cm, $\tau_F=2$ heures, $u_m=0,3$ cm/s.

Si nous disposions le même volume de sable en lit annulaire et si le débit dans la couche d'entrée restait $u_m=0,3$ cm/s, alors le rapport y_f/y_i atteindrait sa limite 0,025 au bout de 2 heures également puisque nous avons supposé que k_0 est inversement proportionnel à u_m (§ 1527) : ceci est l'application du cas particulier exposé au paragraphe 194. Nous avons donc calculé la chute de pression dans le lit annulaire au bout de 2 heures :

- pour $r_i=5$ cm, $r_f=37,1$ cm et $P=0,130$ bar
- pour $r_i=10$ cm, $r_f=52,9$ cm et $P=0,160$ bar

La chute de pression est donc bien plus réduite que pour le lit cylindrique où elle était 0,5 bar : à même efficacité, le lit annulaire est plus économique que le lit cylindrique.

2 - ETUDE EXPERIMENTALE

21 - DIRECTION DE L'ETUDE EXPERIMENTALE

22 - DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

221 - Principe

222 - Réalisation

2221 - Schéma de l'appareil

2222 - Cellule de filtration

2223 - Cellule de mesure des concentrations du filtrat

2224 - Ballon de la suspension

2225 - Régulation du débit

2226 - Technologie générale

223 - Systèmes de mesure

2231 - Système de mesure des rétentions

2232 - Système de mesure de la concentration du filtrat

2233 - Etalonnage

2234 - Pratique de la méthode de mesure

23 - MATERIAUX UTILISES

231 - Lit poreux granulaire

232 - Particules en suspension

2321 - Particules d'alumine "24 heures"

2322 - Particules de silice

2323 - Particules de Lycopode

2324 - Micro-billes de verre

233 - Liquides de suspension

234 - Conditions de l'étude expérimentale

235 - Paramètres expérimentaux étudiés

24 - EXPLOITATION DES DONNEES EXPERIMENTALES

241 - Vérification du bilan des particules

242 - Calcul de y et de σ à une cote z_1 donnée

243 - Détermination rigoureuse de l'équation cinétique

244 - Deuxième méthode approchée

245 - Première méthode approchée

246 - Calcul de k_0

25 - RESULTATS EXPERIMENTAUX SUR LE COLMATAGE

251 - Particules de Lycopode du lot 1

- 2511 - Courbes de rétention
- 2512 - Etude du colmatage dans la partie inférieure du lit ($z > 30$ cm)
- 2513 - Etude du colmatage dans le haut du lit ($z \leq 30$ cm)

252 - Particules de Lycopode du lot 2

- 2521 - Courbes de rétention
- 2522 - Evolution de la concentration à l'entrée et à la sortie du lit
- 2523 - Vérification du bilan de matière
- 2524 - Etude du colmatage dans le bas du lit ($z > 50$ cm)
- 2525 - Etude du colmatage dans le haut du lit ($z \leq 50$ cm)
- 2526 - Comparaison des résultats pour les deux lots de Lycopode

253 - Micro-billes de verre

- 2531 - Courbes de rétention
- 2532 - Evolution de la concentration à l'entrée et à la sortie du lit
- 2533 - Etude du colmatage à $z = 100$ cm
- 2534 - Etude du colmatage à $z = 30$ et 50 cm
- 2535 - Etude du colmatage à $z = 10$ cm
- 2536 - Conclusion

254 - Particules d'alumine "24 heures"

- 2541 - Courbes de rétention
- 2542 - Calcul de k
- 2543 - Influence de la rétention σ sur k
- 2544 - Influence du débit sur k
- 2545 - Conclusion

255 - Particules de silice

- 2551 - Courbes de rétention
- 2552 - Evolution de la concentration à l'entrée et à la sortie du lit
- 2553 - Vérification du bilan de matière
- 2554 - Dépôt sur le "Plexiglas"
- 2555 - Quelques résultats quantitatifs

256 - Conclusions après les expériences de colmatage

26 - ETUDE DU DECOLMATAGE

- 261 - Lavage d'un lit colmaté
- 262 - Décolmatage provoqué avec le même sens d'écoulement
- 263 - Inversion du sens de l'écoulement de liquide propre

2631 - Cas des grosses particules

2632 - Cas des petites particules

264 - Conclusion

CHAPITRE 2

ETUDE EXPERIMENTALE

21 - DIRECTION DE L'ETUDE EXPERIMENTALE

Au cours du précédent chapitre, nous avons établi théoriquement un certain nombre de propriétés macroscopiques des lits poreux en cours de colmatage puis nous les avons utilisées pour résoudre le problème du choix d'un filtre.

Nous avons fait l'hypothèse, comme la plupart des auteurs, que le colmatage est un processus cinétique du premier ordre et que le décolmatage n'avait pas lieu. Nous nous proposons maintenant de vérifier expérimentalement qu'il en est bien ainsi dans plusieurs cas de filtration.

Nous nous efforcerons également de déterminer le rôle de certains paramètres expérimentaux, à savoir : rétention, concentration et débit de la suspension, taille des grains et des particules ; pour ce faire, nous n'emploierons que des matériaux de granulométrie peu étendue et de forme sphéroïdale.

Enfin, nous étudierons le comportement des particules arrêtées dans le lit lors d'"impulsions" ou de "chocs", c'est à dire de variations brutales de débit ou de pression, ou lors de l'inversion du sens de l'écoulement.

L'ensemble de ces données expérimentales nous permettra alors d'identifier les processus élémentaires du colmatage et d'expliquer pourquoi les particules s'arrêtent dans le lit.

22 - DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

221 - PRINCIPE

Le but du montage est l'étude du colmatage et du décolmatage

des milieux poreux granulaires. Aussi doit-il permettre de réaliser des expériences de colmatage sans provoquer le moindre décolmatage et des expériences de décolmatage sans masquer le ré-entraînement des particules par la continuation du colmatage. Quelques impératifs sont donc à respecter :

- L'écoulement de la suspension ou du liquide propre à travers le milieu poreux doit avoir lieu sans choc ou vibration de toute nature.
- La méthode de mesure des rétentions et des concentrations ne doit perturber en aucune manière l'écoulement.
- Il faut pouvoir remplacer la suspension par le liquide propre sans provoquer de "choc".
- En outre, il est prudent de limiter les risques de corrosion et de simplifier le plus possible l'appareillage.

Les techniques expérimentales mises au point par DELACHAMBRE [5] et LECLERC [26] pour l'étude de ces phénomènes ont été reprises et adaptées à notre cas particulier : il s'agit de la méthode de mesure photo-électrique des rétentions, de la régulation du débit et de la mise en mouvement des liquides par de l'air comprimé.

222 - REALISATION

2221 - Schéma de l'appareil

La figure 13 donne le schéma simplifié du montage expérimental. Pour une opération de colmatage la suspension contenue dans le ballon A s'écoule de haut en bas dans la cellule de filtration H, puis dans la cellule de mesure des concentrations du filtrat I avant de passer dans les capillaires J et de sortir de l'appareil par la burette où le débit est mesuré.

Le ballon C contient le liquide propre qui peut être envoyé sous pression soit en haut de la cellule de filtration et il suit alors le même trajet que la suspension, soit en bas de la cellule de filtration ou à différents niveaux de la cellule pour laver le lit ou provoquer le décolmatage.

La batterie de capillaires sert à faire varier le débit de liquide ; un "by-pass" est prévu pour les court-circuiter le cas échéant.

Deux pompes de circulation assurent la régulation thermique de la suspension et du liquide propre ; de plus la pompe de circulation maintient la suspension en agitation.

Enfin une sortie est prévue sur le circuit d'agitation de la suspension pour en prélever des échantillons.

2222 - Cellule de filtration

La cellule de filtration contient le milieu poreux. A cause des mesures photo-électriques elle doit être transparente et a donc été réalisée dans un bloc de "Plexiglas" carré de 70 mm de côté et de 1,10 m de longueur qui a été alésé à 20,0 mm de part en part en une seule fois. Le diamètre de l'alésage a été choisi pour limiter les effets de paroi sans provoquer une trop forte extinction du faisceau lumineux.

L'épaisseur du lit granulaire est 1,000 m si bien qu'il peut être expansé ou fluidisé légèrement pendant la phase de lavage qui suit toute expérience de colmatage.

L'espace libre au-dessus du lit est rempli par la suspension pendant les expériences de colmatage et permet la mesure photo-électrique de la concentration de la suspension entrant dans le lit.

Tout au long de la cellule de filtration ont été disposées des prises de pression ; elles sont à 20, 50, 100, 170, 300, 450, 600, 750 et 900 mm du haut du lit. Quelques-unes d'entre elles servent aussi d'arrivées de liquide propre sous pression pour le lavage du lit. Elles sont en acier inoxydable et comportent une grille plus fine que les grains du lit (fig. 14).

La cellule de filtration est placée verticalement. Elle est reliée à l'appareil par deux brides en acier inoxydable : celle du haut la relie à la tuyauterie venant du ballon de suspension, celle du bas à la cellule de mesure des concentrations du filtrat. Ces deux brides comportent aussi une grille en acier inoxydable plus fine que les grains du lit (fig. 15). Lors des premières manipulations, la cellule de mesure des concentrations n'existait pas et les deux brides étaient identiques.

2223 - Cellule de mesure des concentrations du filtrat

Elle est placée sous la cellule de filtration et a été également réalisée dans un bloc de "Plexiglas". Ce bloc cylindrique de 65 mm de diamètre et de 55 mm de hauteur a été alésé à 20,0 mm pour que la suspension s'écoule toujours à travers une section constante (fig. 15). La séparation entre les 2 cellules a été réduite au minimum. Le bloc de "Plexiglas" a été fraisé pour y tailler deux faces planes parallèles de 45 mm de large. Deux brides en "Lucoflex" raccordent cette cellule à l'appareil (fig. 15).

2224 - Ballon de la suspension

La suspension est contenue dans un ballon de verre "Pyrex" de 50 litres. A l'intérieur de ce ballon une boudruche a été installée (fig. 13) pour comprimer la suspension entre elle et la paroi du ballon : en se remplissant de liquide sous pression (provenant d'un récipient

annexe), elle se gonfle et chasse l'air situé au-dessus de la suspension ; de petits purgeurs placés sur les brides au sommet des tubulures du ballon permettent l'évacuation de l'air. Ainsi dispose-t-on d'une suspension sous pression sans contact avec de l'air qui s'y dissoudrait et provoquerait l'apparition de bulles de désaéragé dans le lit filtrant.

Une pompe de circulation assure l'agitation de la suspension. En outre sur le circuit d'agitation est monté un échangeur en verre, alimenté en eau froide ou chaude par une électrovanne ; un thermomètre à contact qui plonge dans la suspension commande cette électrovanne et maintient donc la température de la suspension. Ce même dispositif de régulation thermique est installé pour le liquide propre.

2225 - Régulation du débit

Une régulation maintient le débit constant à 1 % près pendant toute la manipulation ; son principe est le suivant : après la cellule de mesure des concentrations, le filtrat passe dans un ou plusieurs capillaires de section et de longueur différentes où une chute de pression apparaît ; un dispositif électronique enregistre les impulsions provenant d'une cellule photo-électrique placée contre le manomètre différentiel à mercure et agit sur l'électrovanne d'arrivée de l'air comprimé.

2226 - Technologie générale

Pour éviter tout risque de corrosion, le montage a été réalisé avec les matières suivantes :

- les ballons, les échangeurs, les capillaires et les manomètres différentiels sont en verre.
- La tuyauterie, la robinetterie, les pompes de circulation ainsi que certaines brides sont en acier inoxydable.
- La cellule de filtration et la cellule de mesure des concentrations sont en "Plexiglas".
- Quelques brides sont usinées dans du "Lucoflex".
- Les raccords verre-acier inoxydable sont faits avec des tubes de plastique.
- La boudruche et les joints toriques sont en caoutchouc ; on a vérifié qu'ils n'étaient pas attaqués par les liquides utilisés.
- Le restant des joints est en "Teflon".

Pour atténuer les vibrations des pompes, ces dernières sont montées sur des amortisseurs en caoutchouc et reliées à la tuyauterie par des tubes souples.

Le circuit de la suspension du ballon jusqu'à la sortie de

la cellule de mesure des concentrations est en ligne droite ; l'utilisation de robinets boules supprime les coudes des robinets à pointeau.

Le guidage de l'appareillage de mesure des rétentions le long de la colonne de filtration est obtenu par deux guides parallèles à la colonne qui empêchent tout jeu latéral mais permettent un coulisement aisé pour les relevés.

Le tassement du lit granulaire s'opère avec un appareil vibrant SINEX placé sur la cellule de filtration.

223 - SYSTEMES DE MESURE

La mesure des rétentions et des concentrations à l'entrée et à la sortie du lit est photo-électrique : un faisceau lumineux traverse le lit poreux ou la suspension ; on mesure les intensités lumineuses incidente et transmise avec des cellules photo-électriques à couche d'arrêt et par étalonnage on déduit la quantité de particules présentes. Les mesures des rétentions et de la concentration de la suspension appliquée au lit se font dans la cellule de filtration avec le même système de mesure alors que la mesure de la concentration du filtrat est effectuée avec un second dispositif.

2231 - Système de mesure des rétentions

Afin d'obtenir une mesure précise, il faut que le faisceau lumineux soit étroit et suffisamment intense. Nous avons utilisé un projecteur de diapositives de 500 watts alimenté à partir d'un régulateur de tension. Nous avons remplacé son objectif par le système suivant (fig. 16) : un diaphragme rectangulaire de 15 mm de long et de 3 mm de haut est placé après le bloc lampe-condenseur-verre anticalorique et une lentille convergente forme l'image de cette fente juste sur le milieu poreux ; une tache lumineuse intense de 12 mm de long et 2,5 mm de haut apparaît alors sur le lit granulaire et il est possible de mesurer la rétention dans une tranche mince de lit. Un second diaphragme de 15 mm sur 5 mm est placé devant la cellule photo-électrique de diamètre 20 mm. Sur le porte diapositives une seconde cellule permet de mesurer l'intensité lumineuse incidente. Ces cellules sont reliées à un galvanomètre.

On a pris la précaution de peindre en noir toutes les parties de "Plexiglas" inutiles pour les mesures et d'entourer l'ensemble de mesure d'un voile noir pour éviter que la lumière du jour ne cause quelque perturbation ; on s'est aussi assuré que la précaution était suffisante. Tout ce dispositif coulisse le long de la cellule de filtration où les rétentions sont déterminées à divers niveaux et mesure aussi la concentration de la suspension au-dessus du lit ; dans ce cas, on ajoute un verre coloré pour atténuer la lumière car l'extinction y est plus faible du fait de l'absence de garnissage.

2232 - Système de mesure de la concentration du filtrat

Il est analogue au précédent. Un projecteur de plus faible puissance (30 watts), alimenté lui aussi à partir du régulateur de tension, fournit un pinceau lumineux cylindrique de 5 mm de diamètre. Deux cellules photo-électriques à couche d'arrêt reliées au galvanomètre mesurent les intensités lumineuses incidente et transmise. On a également pris la précaution d'éliminer toute perturbation due à la lumière du jour.

2233 - Etalonnage

Avant de procéder aux mesures quantitatives, il convient d'effectuer l'étalonnage des systèmes de mesure.

Le principe de l'étalonnage consiste à déterminer les intensités électriques débitées par la cellule photo-électrique recevant le faisceau lumineux transmis par des échantillons de suspension de concentration connue (ou par des lits poreux de rétention connue). Les cellules photo-électriques à couche d'arrêt utilisées donnent des intensités électriques proportionnelles aux intensités lumineuses reçues. En fait, on relèvera en même temps l'intensité électrique I correspondant au faisceau transmis et I^* au faisceau incident. On déterminera également ces mêmes intensités I_0 et I^* pour le liquide propre (ou pour le lit propre). On disposera alors du rapport I_0/I où l'intensité du faisceau lumineux incident a été éliminée. Ce rapport I_0/I sera d'autant plus grand que le volume des particules présentes sera plus fort. La courbe d'étalonnage s'obtient en portant I_0/I en fonction de y pour les concentrations et I_0/I en fonction de σ pour les rétentions (fig. 17,18).

La réalisation de l'étalonnage est simple pour les mesures de concentrations car il suffit de préparer des échantillons de suspension de concentration diverse mais connue, de les verser dans les cellules en "Plexiglas" pour reproduire les conditions des mesures en cours d'expérience ; pour la cellule de filtration l'étalonnage est effectué dans une petite portion de 50 mm de haut qui y est isolée. Pour l'étalonnage des mesures de rétention, il faut préparer un milieu poreux colmaté de rétention connue. Pour ce faire on ajoute à une suspension de concentration connue la quantité de grains telle que la porosité soit celle avec laquelle les expériences de colmatage sont réalisées ; on mélange alors l'ensemble pour obtenir un lit poreux colmaté homogène. Cet étalonnage est également effectué dans une petite portion (50 mm) isolée dans la cellule de filtration.

2234 - Pratique de la méthode de mesure

Avant toute expérience de colmatage on mesure pour le liquide propre et pour le lit poreux propre les intensités I_0 et I^* correspondant au faisceau transmis en l'absence de particules et au faisceau incident

pour tous les niveaux où on désirera connaître la concentration ou la rétention. En effet, ce rapport I_0/I^* n'est pas constant tout au long de la colonne de filtration et peut varier dans des proportions de 5 à 10 % à cause de l'état de surface de la colonne ou de la porosité locale ou encore du guidage non parfait du système de mesure. Pour chaque niveau on multipliera I^*/I mesuré en cours d'expérience par le rapport correspondant I_0/I^* d'où I_0/I qui donnera la quantité totale de particules présentes d'après la courbe d'étalonnage ; de cette manière on élimine en grande partie les erreurs dues aux légères fluctuations de I_0/I^* quoiqu'on garde la même courbe d'étalonnage dans tous les cas, faute de renseignements plus précis et de l'impossibilité d'effectuer l'étalonnage sur toute la cellule de filtration.

NOTE : La mesure des rétentions fournit en fait le volume total des particules fixes et mobiles présentes dans une couche donnée ; nous verrons plus loin comment en déduire les rétentions σ (§ 24).

23 - MATERIAUX UTILISES

231 - LIT POREUX GRANULAIRE

La plupart des expériences ont été réalisées avec le même milieu poreux d'épaisseur 1,000 m constitué par l'empilement au hasard de billes sphériques de verre ; sa porosité est 0,385. La courbe granulométrique de ce lot de billes a été déterminée au microscope : les valeurs extrêmes des diamètres des billes sont 419μ et 550μ alors que la moyenne du lot est $469,1 \mu$ et l'écart type $22,6 \mu$. La densité de ces billes est 2,74, elle a été déterminée avec un picnomètre à air Beckman.

Quelques manipulations ont été faites avec un autre lot de billes sphériques en verre ; les valeurs extrêmes du diamètre sont 800μ et 905μ , la moyenne $845,0 \mu$ et l'écart type $27,1 \mu$. La densité de ces billes mesurée au picnomètre à air est 2,73. Le lit a toujours une épaisseur de 1,000 m mais une porosité de 0,400.

Dans les deux cas le rapport des diamètres de la cellule de filtration et des billes est supérieur à 20 et les effets de paroi sont donc négligeables.

232 - PARTICULES EN SUSPENSION

Plusieurs types de particules ont été utilisés.

2321 - Particules d'alumine "24 heures"

Il s'agit de particules blanches de petite taille : leur gra-

nulométrie est délicate à obtenir mais on sait que la moitié des particules a une taille inférieure à $1\ \mu$ et l'autre moitié une taille inférieure à $3\ \mu$. Leur densité mesurée au picnomètre à air est 3,78.

2322 - Particules de silice

Il s'agit de fines particules blanches anguleuses ; nous avons réussi à obtenir un lot suffisamment homogène à partir de particules de silice broyée en vrac par l'intermédiaire d'un élutriateur à air WALTHER. La courbe granulométrique de ce lot a été déterminée au microscope : les valeurs extrêmes sont $1,2\ \mu$ et $12,0\ \mu$, la moyenne $4,6\ \mu$ et l'écart type $2,3\ \mu$. La densité mesurée au picnomètre à air est 2,63.

2323 - Particules de Lycopode

Ce sont des particules jaunes de pollen dont la forme générale correspond à un tétraèdre curviligne et n'est pas éloignée de la sphère. La surface des particules est tapissée d'alvéoles pentagonales ou hexagonales dont les côtés font quelques microns (fig. 19). La taille de ces particules est peu variable si bien qu'il n'est pas nécessaire de fractionner le lot pour en obtenir un lot homogène. Elles ne sont pas mouillables à l'eau mais parfaitement à l'alcool. Nous avons utilisé deux lots de particules de Lycopode dont la taille a été déterminée au microscope et la densité au picnomètre à air (tableau 3).

	Tailles extrêmes	Moyenne du lot	Ecart type	Densité
Lot 1	$29,5\ \mu$ $37,5\ \mu$	$32,2\ \mu$	$1,85\ \mu$	1,095
Lot 2	$27,5\ \mu$ $36,0\ \mu$	$31,2\ \mu$	$1,87\ \mu$	1,095

TABEAU 3 : caractéristiques des 2 lots de Lycopode

2324 - Micro-billes de verre

Par tamisage à travers une grille de $25\ \mu$ d'ouverture, nous avons pu recueillir un lot de micro-billes de verre sphériques dont les caractéristiques ont été mesurées au microscope : tailles extrêmes $9,4\ \mu$ et $33,6\ \mu$, moyenne du lot $20,0\ \mu$ et écart type $5,5\ \mu$. Leur densité déterminée au picnomètre à air est 2,40.

233 - LIQUIDES DE SUSPENSION

Nous avons également utilisé plusieurs liquides de suspension. Ceci était nécessaire d'une part, pour assurer une bonne mouillabilité des particules et d'autre part, pour éviter la sédimentation des particules et comparer des résultats obtenus tous sans sédimentation.

. Les particules d'alumine et de silice ont été mises en suspension dans de l'eau de Nancy filtrée au préalable mais ni déminéralisée, ni désaérée, ni distillée.

. Les particules de Lycopode ont été mises en suspension dans un mélange de glycol (75 %) et d'alcool (25 %) de viscosité 0,093 poise à 20,0°C déterminée par un viscosimètre à tube Prolabo ; la densité du liquide mesurée au picnomètre à air est 1,03.

. Les microbilles de verre sont en suspension dans un sirop de sucre, 50 % d'eau et 50 % de sucre en poids, de viscosité 0,150 poise à 20,0°C et de densité 1,23. Quelques grammes de chlorure mercurique ont été ajoutés pour empêcher un développement trop rapide des algues à raison de 0,4 g par litre de suspension.

234 - CONDITIONS DE L'ETUDE EXPERIMENTALE

Le tableau 4 indique les conditions des expériences de colmatage ainsi que le rapport de la vitesse de sédimentation v_s calculée pour la taille moyenne des particules et de la vitesse interstitielle moyenne $u = u_m/\epsilon$.

Particules	Liquide	Lit poreux	Vitesse en fût vide cm/s	$\frac{v_s}{u}$
Alumine	Eau	Porosité 0,400 Billes 800-905 μ	0,090	0,0027
			0,120	0,0020
			0,180	0,0013
			0,270	0,009
Silice	Eau	Porosité 0,385 Billes 419-550 μ	0,0500	0,0145
			0,0600	0,012
			0,0800	0,009
Lycopode Lot 1	Liquide organique	Porosité 0,385 Billes 419-550 μ	0,0200	0,0076
			0,0400	0,0038
			0,0600	0,0025
			0,0800	0,0019
Lycopode Lot 2	Liquide organique	Porosité 0,385 Billes 419-550 μ	0,0400	0,0036
			0,0600	0,0024
			0,0800	0,0018
Micro-billes de verre	Sirop de sucre	Porosité 0,385 Billes 419-550 μ	0,0400	0,020
			0,0600	0,013
			0,0800	0,010

TABL'AU 4 : conditions des expériences de colmatage

Dans tous les cas la vitesse de sédimentation des particules est donc négligeable devant la vitesse interstitielle moyenne.

235 - PARAMETRES EXPERIMENTAUX ETUDIES

. Pour chaque type de particules, nous avons fait varier la concentration et le débit de la suspension. Nous sommes donc en mesure de déterminer leur rôle dans chacun des cas.

. Comme nous avons conservé le même milieu poreux et les mêmes débits pour toutes les expériences de colmatage (excepté pour les particules d'alumine), nous pouvons examiner les propriétés d'un même milieu poreux suivant la nature et la taille des particules ; en particulier, la comparaison des résultats obtenus avec les deux lots peu différents de Lycopode nous permettra de saisir l'influence de la taille des particules, toutes choses égales par ailleurs.

. Il est apparu lors des expériences de mise au point du montage que les mesures de chute de pression perturbèrent l'écoulement dans le lit poreux, ce qui n'est pas étonnant avec les faibles débits étudiés. Nous avons donc renoncé à l'étude des chutes de pression à travers les milieux colmatés.

24 - EXPLOITATION DES DONNEES EXPERIMENTALES

Nous disposons pour chaque expérience :

- des variations des concentrations y_i et y_f à l'entrée et à la sortie du lit en fonction du temps ;
- des courbes $\sigma + \tau y$ en fonction de z à différents instants.

A partir de ces données expérimentales nous nous proposons de :

- . vérifier le bilan des particules ;
- . déterminer pour chaque z et t la concentration de la suspension y et la rétention σ ;
- . voir si le colmatage est bien un processus cinétique du premier ordre ;
- . calculer la probabilité de rétention k ;
- . déterminer la fonction de rétention $F(\sigma)$;
- . étudier comment k_0 varie avec d_g et u_m .

241 - VERIFICATION DU BILAN DES PARTICULES

Il s'agit de vérifier qu'entre deux instants t_1 et t_2 la quantité de particules retenues dans le lit est bien égale à la quantité de

particules soustraites de la suspension.

. La quantité de particules retenues dans le lit est :

$$\int_0^Z (\sigma + \epsilon y)_{t_2} dz - \int_0^Z (\sigma + \epsilon y)_{t_1} dz \quad (70)$$

c'est à dire l'aire comprise entre les courbes $\sigma + \epsilon y(z)$ correspondant aux instants t_1 et t_2 (fig. 20).

. La quantité de particules retirées de la suspension est :

$$u_m \int_{t_1}^{t_2} y_i dt - u_m \int_{t_1}^{t_2} y_f dt \quad (71)$$

c'est à dire à un facteur près l'aire comprise entre les courbes y_i et y_f en fonction du temps (fig. 20).

242 - CALCUL DE y ET DE σ A UNE COTE z_1 DONNEE

Si le bilan des particules est effectivement vérifié, nous pourrons calculer la valeur moyenne $\bar{y}$ de la concentration à une cote z_1 donnée entre les instants t_1 et t_2 : il suffit d'établir le bilan entre l'entrée du lit (ou la sortie) et la couche de cote z_1 ; par exemple, à partir de y_i :

$$\bar{y} = \frac{1}{u_m(t_2 - t_1)} \left[u_m \int_{t_1}^{t_2} y_i dt - \int_0^{z_1} [(\sigma + \epsilon y)_{t_2} - (\sigma + \epsilon y)_{t_1}] dz \right] \quad (72)$$

Bien qu'aucune approximation ne soit faite, la précision de cette méthode n'est pas toujours excellente : en effet, le calcul de l'aire comprise entre les courbes $\sigma + \epsilon y(z)$ n'est précis que si t_1 et t_2 ne sont pas trop voisins mais alors $\bar{y}$ risque d'être une valeur moyenne sans grande signification par rapport aux valeurs de y aux instants t_1 et t_2 .

A partir des valeurs de y ainsi déterminées, on calculera la rétention σ dans la même couche : puisque ϵy et $\epsilon_0 y$ peuvent être identifiés (§ 112), on obtiendra σ à partir de la valeur mesurée de $(\sigma + \epsilon y)$ par :

$$\sigma \neq (\sigma + \epsilon y) - \epsilon_0 y \quad (73)$$

243 - DETERMINATION RIGOREUSE DE L'EQUATION CINETIQUE

On tracera alors à une cote donnée la courbe σ en fonction de t . D'après la définition de k :

$$k = \frac{1}{u_m y} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (9)$$

(à z donné, $dt = d\tau$).

Il suffit de déterminer la pente de cette courbe $\sigma(t)$ en plusieurs points pour vérifier que l'équation cinétique est du premier ordre et pour connaître les variations de k avec la rétention.

Cette méthode d'exploitation des données expérimentales est générale puisqu'aucune hypothèse restrictive n'a été posée. Cependant, elle impose le calcul d'aires et l'emploi d'une valeur moyenne de y ; on pourra s'affranchir de ces difficultés en utilisant une des méthodes approchées que nous allons exposer maintenant.

244 - DEUXIEME METHODE APPROCHEE

Si l'équation cinétique est du premier ordre, les courbes $\sigma(z)$ à τ donné sont parallèles (§ 143). Si nos courbes expérimentales $(\sigma+\epsilon y)$ en fonction de z à t donné sont à peu près parallèles, cela signifie donc que le colmatage est bien un processus du premier ordre, puisque $\sigma+\epsilon y$ et σ d'une part, t et τ d'autre part sont peu différents. Pour déterminer σ , y et k on procédera de la manière suivante :

. Calcul de la pente des courbes $(\sigma+\epsilon y)$ en fonction de z à t donné, c'est à dire :

$$\left[\frac{\partial (\sigma+\epsilon y)}{\partial z} \right]_t$$

. Calcul de la pente des courbes $(\sigma+\epsilon y)$ en fonction de t à z donné qui, d'après l'équation du bilan (3), vaut :

$$-u_m \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_t$$

. Détermination de $(\partial \sigma / \partial z)_t$ par l'expression (74) :

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_t = \left[\frac{\partial (\sigma+\epsilon y)}{\partial z} \right]_t - \epsilon_o \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_t \quad (74)$$

puisque ϵy et $\epsilon_o y$ sont voisins ;

. Calcul de k d'après l'expression (23) :

$$k = - \frac{1}{\sigma+\epsilon y} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_t$$

. Détermination de σ selon la relation (73) : il suffit d'une estimation de ϵy puisque ϵy reste toujours petit devant σ et on utilisera :

$$\epsilon y \neq \epsilon_o y \neq \frac{\epsilon_o}{k u_m} \frac{\partial (\sigma+\epsilon y)}{\partial t} \quad (75)$$

où k est la valeur précédemment calculée pour le même point (z, t) .

On obtient ainsi les valeurs de k en fonction de σ ; on devra bien sûr vérifier a posteriori qu'à σ donné la valeur de k est unique pour une expérience, comme cela avait été supposé pour construire la méthode de calcul. Il reste cependant toujours une inconnue : la concentration de la suspension y ; pour la déterminer on pourra opérer de deux manières :

- à partir de l'équation cinétique (9) :

$$y = \frac{1}{ku_m} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (9)$$

puisque l'on connaît maintenant les valeurs de k et de σ , donc les courbes $\sigma(t)$ à z donné.

- à partir de la relation (25) si on connaît la rétention et la concentration dans une couche de référence :

Exemples : avec la couche de sortie :

$$y(z, \tau_1) = \frac{y_f(\tau_1)}{\sigma_f(\tau_1)} \sigma(z, \tau_1)$$

avec la couche d'entrée :

$$y(z, \tau_1) = \frac{y_i(\tau_1)}{\sigma_i(\tau_1)} \sigma(z, \tau_1)$$

245 - PREMIERE METHODE APPROCHEE

Lorsque ϵy est négligeable devant σ et les courbes expérimentales sensiblement parallèles, la méthode précédente se simplifie ; k s'obtient aisément à partir de l'équation (23) transformée en :

$$k = - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_t \quad (76)$$

il suffit donc de tracer les tangentes aux courbes expérimentales $\sigma(z)$.

Cette méthode est de loin la plus simple mais pour pouvoir l'appliquer, il est indispensable que ϵy soit réellement négligeable devant σ (pour nos expériences cela est réalisé dès que σ dépasse 0,01) et que les courbes $\sigma(z)$ soient parallèles.

246 - CALCUL DE k_0

La valeur de k à l'instant initial devrait pouvoir se déterminer comme toute valeur de k correspondant à une rétention quelconque ; or le calcul de k_0 n'est pas précis pour plusieurs raisons :

- le régime permanent avec la valeur désirée du débit ne s'établit pas instantanément ;

- les mesures de faibles rétentions (inférieures à $5 \cdot 10^{-4}$) ne sont pas très précises ;

- les courbes expérimentales parfois mal définies, parfois peu inclinées ne permettent pas un tracé précis des tangentes.

Pour atteindre k_0 , il faudra donc extrapoler les courbes $k(\sigma)$; elles sont souvent mal définies lorsque σ est inférieur à 0,001 et de plus,

les probabilités de rétention varient très vite au début du colmatage : on n'obtiendra donc parfois qu'un bon ordre de grandeur de k_0 et des valeurs de k pour des rétentions inférieures à 0,001.

Néanmoins, il est facile d'étudier l'influence de d_g et de u_m sur k_0 : en effet, si

$$k = k_0 F(\sigma) \quad (10)$$

et si les paramètres n'interviennent pas dans la fonction $F(\sigma)$, les variations relatives de k_0 avec ces paramètres seront obtenues en comparant les valeurs de k à σ donné.

25 - RESULTATS EXPERIMENTAUX SUR LE COLMATAGE

Nous examinerons successivement les résultats obtenus avec les grosses particules (Lycopode et micro-billes de verre) et ceux obtenus avec les petites particules (silice, alumine).

Le tableau 5 (placé entre les fig. 20 et 21) indique les conditions des expériences réalisées avec les grosses particules. Pour unifier la représentation graphique des divers résultats, nous avons décidé d'affecter le même signe de base à toutes les expériences réalisées avec le même débit ; ensuite, pour chaque sorte de particules, ce signe de base est noirci différemment si bien que toute expérience est toujours caractérisée par le même signe ; le tableau 5 donne également le signe correspondant à chaque expérience.

NOTES : Cette règle inutile pour les courbes de rétention (fig. 21, 29,34) n'a pas été appliquée dans ce cas.

La valeur de y_i indiquée dans le tableau correspond à celle de l'instant initial pour les particules de Lycopode du lot 1 et les microbilles (cf. § 2513, 2532) et à celle observée pendant la plus grande partie de l'expérience pour les particules du lot 2 (cf. 2522).

251 - PARTICULES DE LYCOPODE DU LOT 1

2511 - Courbes de rétention

Nous présentons figure 21 un exemple typique de courbes ($\sigma + \epsilon y$) en fonction de z à divers instants d'une même expérience. Elles présentent deux parties distinctes :

- pour $z > 30$ cm, elles sont sensiblement parallèles, ce qui signifie que l'équation cinétique est du premier ordre et est en accord avec le résultat démontré théoriquement au § 143 ;

- pour $z < 30$ cm, elles se redressent et cessent d'être parallèles : il semble donc que dans cette partie du lit, la théorie macroscopique exposée dans le premier chapitre ne s'applique pas, nous expliquerons ceci plus loin (§ 2513).

. Calcul de k

Les courbes de rétention étant à peu près parallèles, nous avons utilisé les deuxième et première méthodes approchées (§ 244 et 245) pour calculer k à $z = 50$ et 75 cm. On vérifie que k ne dépend pas de y puisque tous les points se placent autour d'une même courbe k en fonction de σ à débit donné, et pour les rétentions inférieures à $0,01$ (fig. 22) et pour les rétentions supérieures (fig. 23) : *l'équation cinétique est du premier ordre.*

On remarquera que les courbes $k(\sigma)$ ne sont pas connues entièrement : en effet, même pour les rétentions de l'ordre de $0,025$, k est loin d'être nul ; pourtant, des rétentions de cet ordre n'ont été atteintes qu'après plusieurs jours d'expérience. Comme il n'a pas été possible de faire durer autant tous les essais ni même de prolonger ces longues expériences, nous ne connaissons pas la rétention maximale σ_M et nous devons nous contenter d'un ordre de grandeur obtenu par extrapolation : σ_M serait de l'ordre de $0,075$ et nous ne disposons donc que d'environ un tiers de la courbe $k(\sigma)$.

. Influence du débit sur k

La comparaison des courbes $k(\sigma)$ obtenues pour les 4 débits révèle qu'elles sont pratiquement affines. Ceci montre que le débit n'intervient que dans k_0 et non dans $F(\sigma)$. Nous avons alors cherché si k_0 est proportionnel à u_m^{-n} et nous avons procédé de la manière suivante pour plusieurs valeurs de σ :

- détermination de la droite de régression entre $\log k$ et $\log u_m$; sa pente serait $-n$;
- calcul de l'intervalle de confiance sur n avec un risque d'erreur de 5 % par la table de Student-Fischer. Par la suite nous admettrons toujours un tel risque d'erreur.

Les résultats sont portés figure 24 : pour σ variant entre $0,0015$ et $0,02$, la valeur de n reste constante et proche de $0,50$; d'autre part, le coefficient de corrélation a toujours été supérieur à $0,985$: k_0 est donc bien proportionnel à $u_m^{-0,5}$. Les courbes $k(\sigma)$ sont affines et une seule d'entre elles suffit pour caractériser les variations de k avec σ , c'est à dire la fonction $F(\sigma)$: nous avons tracé celle qui correspond au débit $u_m = 0,0400$ cm/s (fig. 25).

L'extrapolation de cette courbe indique que $k_0 \neq 37.10^{-3}$ cm⁻¹ et nous écrivons donc :

$$k_0 = 7,4.10^{-3} u_m^{-0,5} \quad (77)$$

k_0 sera en cm⁻¹ si u_m est en cm/s, ce que nous supposons dorénavant dans l'écriture des relations.

Nous avons cherché une expression analytique pour $F(\sigma)$. Comme $\sigma_M \neq 7,5.10^{-2}$, et que la courbe $k(\sigma)$ est pratiquement une droite

pour $\sigma > 0,01$, nous avons supposé que $F(\sigma)$ comprend le facteur $(1 - \frac{\sigma}{\sigma_M})$ soit $(1 - \sigma/0,075)$. Pour les rétentions inférieures, nous avons admis une décroissance homographique parmi toutes les fonctions possibles et choisi un couple de paramètres qui donne un bon accord avec la courbe expérimentale, soit :

$$F(\sigma) = \frac{1+100\sigma}{1+650\sigma} (1 - \frac{\sigma}{0,075})$$

Cette fonction n'est donc qu'une des expressions possibles pour $F(\sigma)$: elle ne résulte pas de considérations physiques ni d'une méthode d'optimisation mais elle décrit de façon simple, correcte et phénoménologique les variations de k avec σ .

Nous résumerons les données expérimentales obtenues avec le premier lot de Lycopode par l'expression (78) (fig. 25) :

$$k = 7,4 \cdot 10^{-3} u_m^{-0,5} \frac{1+100\sigma}{1+650\sigma} (1 - \frac{\sigma}{0,075}) \quad (78)$$

. Front de rétention

Puisque k est indépendant de y , la forme du front de rétention sera identique pour toutes les expériences réalisées avec le même débit et on pourra le reconstituer en mettant bout à bout des morceaux de courbes de rétention obtenues au cours de différents essais : c'est ce que nous avons fait. Nous présentons figure 26 les fronts de rétention correspondant aux 4 débits étudiés.

NOTE : Nous ignorons la partie du front des faibles rétentions car alors ϵy n'est plus négligeable devant σ et nos courbes expérimentales $\sigma + \epsilon y$ (z) n'ont plus la même forme que le front.

On observera les points suivants (fig. 26) :

- les fronts de rétention ne présentent pas de point d'inflexion : ceci n'est pas surprenant car les rétentions sont restées faibles et la partie connue ne représente qu'un tiers environ de la courbe totale du front ;

- les fronts se déduisent aussi les uns des autres par affinité : en effet, la pente des tangentes ne dépend que de u_m à σ donné, si u_m n'intervient que dans k_0 . En admettant k_0 proportionnel à u_m^{-n} , nous obtiendrons directement n en cherchant la droite de régression $\log z$ en fonction de $\log u_m$ à σ donné et ce, sans calculer k : c'est ce que nous avons fait pour quelques valeurs de σ (tableau 6).

On retrouve donc une valeur de n semblable à celle trouvée précédemment. L'amplitude relativement importante de l'intervalle de confiance sur n provient du petit nombre de points utilisés pour le calcul (4 seulement) et non d'une mauvaise conformité de l'expérience et de

la théorie puisque le coefficient de corrélation dépasse 0,93 dans tous les cas. Nous rencontrerons d'ailleurs ce fait souvent dans la suite de cet exposé puisque nous n'avons jamais étudié plus de 4 débits.

$\sigma \cdot 10^2$	z cm	u_m cm/s	n	Δn	Coeff. de corrélation
0,5	120	0,0200	0,54	$\pm 0,61$	0,935
	158	0,0400			
	224	0,0600			
	247	0,0800			
1,0	69,5	0,0200	0,52	$\pm 0,45$	0,965
	100	0,0400			
	129	0,0600			
	140	0,0800			
1,5	32,0	0,0200	0,51	$\pm 0,31$	0,97
	45,3	0,0400			
	58,4	0,0600			
	63,0	0,0800			

TABLEAU 6 : calcul de n à partir des fronts de rétention

2513 - Etude du colmatage dans le haut du lit ($z \leq 30$ cm)

Dans cette partie du lit les courbes $\sigma + \epsilon y$ en fonction de z ne sont pas parallèles et nous emploierons donc la méthode rigoureuse du § 243 ; nous devrons au préalable calculer la concentration de la suspension à différentes cotes.

. Calcul de la concentration de la suspension

Pendant les expériences de colmatage avec les particules de Lycopode du lot I nous n'avons mesuré les concentrations ni à l'entrée, ni à la sortie du lit : nous devons donc calculer y à partir des seules courbes de rétention. Pour ce faire, nous avons calculé la concentration à $z = 50$ cm par la première méthode du § 244 (à partir de l'équation cinétique) et déduit ensuite la concentration à $z = 0,10$ et 30 cm en utilisant la méthode du § 242.

Pour le début du colmatage, k est mal connu et cette manière de procéder n'est plus valable ; nous avons alors calculé la quantité de particules retenues dans le lit par l'aire située sous les courbes de rétention et nous l'avons assimilée à $(u_m y_i \Delta t)$ puisque le filtrat est peu chargé et que toutes les particules entrées dans le lit y sont retenues. Puis nous avons déterminé y à $z = 10$ et 30 cm toujours selon la méthode du § 242.

NOTE : C'est en effectuant le calcul de y_i que nous nous sommes aperçu que y_i décroissait avec le temps : la suspension appliquée au lit a une concentration *variable* dans le temps.

. Cinétique du colmatage pour $z = 30$ cm

A la cote $z = 30$ cm, on observe que les valeurs de k en fonction de σ se placent autour des courbes obtenues dans la moitié inférieure du lit (fig. 27) : la cinétique du colmatage y est donc identique en toute chose à celle qui vient d'être décrite au § 2512.

. Cinétique du colmatage pour $z = 10$ cm

Les valeurs de k pour $z = 10$ cm montrent les points suivants (fig. 28) :

- à σ donné, k est un peu plus grand que dans la partie inférieure du lit ($z > 30$ cm) mais la différence est légère (30 % au maximum) et variable selon les expériences ;

- les variations de k avec la rétention sont identiques à celles observées dans le reste du lit.

Cette partie du lit se caractérise donc par des valeurs initiales k_0 de la probabilité de rétention légèrement supérieures à celles observées dans le bas du lit mais la fonction de rétention $F(\sigma)$ reste la même. Puisque les écarts sont faibles et ne paraissent pas être dus à des variations de y_i , il est logique d'admettre que le processus cinétique du colmatage est toujours du premier ordre mais que le lit a des propriétés différentes en haut et en bas : nous verrons plus loin (§ 342) que ceci est dû à la granulométrie du lot de billes utilisé qui se fractionne lors des lavages, les plus petites billes ont tendance à remonter, les plus grosses à se rassembler dans le bas du lit ; les particules ont donc une probabilité plus grande de s'arrêter dans le haut du lit. Cet effet sera fonction du mode de lavage et de tassement du lit donc variable d'une expérience à l'autre. Néanmoins, la fonction de rétention $F(\sigma)$ sera toujours la même puisqu'il s'agit des mêmes grains et des mêmes particules et que les mécanismes du colmatage resteront les mêmes.

Ces différences de k_0 expliquent aussi pourquoi les courbes de rétention ne sont pas parallèles : le lit n'est plus homogène et l'équation (23) cesse d'être valable.

Enfin, l'influence du débit de suspension demeure la même que précédemment : on peut en effet admettre qu'à débit donné tous les points font partie d'une courbe "moyenne" déduite d'une des courbes des figures 22 et 23 par une affinité de rapport 1,15.

On pourra donc aussi rassembler les points par la relation (78) en remplaçant le coefficient 7,4 par 8,5.

NOTE : Nous donnons en annexe 2, d'autres manières de regrouper les données expérimentales recueillies au cours des expériences menées avec les particules de Lycopode du lot 1.

252 - PARTICULES DE LYCOPODE DU LOT 2

2521 - Courbes de rétention

Nous présentons figure 29 un exemple de courbes $\sigma_{xy}(z)$ relevées à divers instants d'une expérience de colmatage. On y remarquera aussi deux parties distinctes :

- Pour $z > 50$ cm, elles sont à peu près parallèles mais moins inclinées que celles observées avec les particules du lot 1 ; l'équation cinétique est donc du premier ordre dans cette partie du lit ;

- Pour $z < 50$ cm, elles cessent d'être parallèles et se redressent davantage que dans le cas précédent : la théorie macroscopique exposée dans le premier chapitre n'est pas vérifiée et l'écart entre les deux parties des courbes est plus important que pour le lot 1.

2522 - Evolution de la concentration à l'entrée et à la sortie du lit

Les mesures de concentration à l'entrée et à la sortie du lit montrent que (fig. 30) :

- la concentration y_i à l'entrée du lit reste constante pendant la plus grande partie de la filtration ;

- la concentration du filtrat y_f a sans cesse augmenté.

2523 - Vérification du bilan de matière

A partir des mesures de y_i et des courbes de rétention nous avons calculé la concentration moyenne du filtrat $\bar{y}_f$ entre deux instants t_1 et t_2 (§ 242) et l'avons comparée aux valeurs mesurées de y_f de la manière suivante :

- on attribue cette valeur moyenne à l'instant "moyen"
$$\frac{t_1 + t_2}{2}$$

. On porte y_f/y_i en fonction de $u_m \int_0^\tau y_f d\tau$ à débit donné (cf. annexe 2) pour les valeurs mesurées et calculées de y_f .

. La figure 31 montre que l'accord est satisfaisant entre les valeurs calculées et mesurées : *le bilan de matière est bien vérifié.*

2524 - Etude du colmatage dans le bas du lit ($z > 50$ cm)

. Calcul de k

Puisque les courbes de rétention sont à peu près parallèles, nous avons calculé k suivant la seconde méthode approchée pour $z = 75$ et 100 cm. On vérifie qu'à débit donné k ne dépend pas de la concentration y mais de σ seulement (fig. 32). Pour les rétentions supérieures à 3.10^{-3} , les points semblent alignés et nous avons donc déterminé la droite des moindres carrés (tableau 7).

u_m cm/s	Nombre de points	Coeff. de corrélacion	Equation de la droite k en 10^{-3}cm^{-1} σ en 10^{-2}	Intervalle de confiance de la pente	Point d'intersection avec l'axe des rétentions
0,0400	25	0,845	$k = -3,77\sigma + 7,49$	$\pm 1,10$	$\sigma = 1,98.10^{-2}$
0,0600	33	0,825	$k = -2,86\sigma + 5,19$	$\pm 0,70$	$\sigma = 1,82.10^{-2}$
0,0800	22	0,925	$k = -2,04\sigma + 3,90$	$\pm 0,39$	$\sigma = 1,91.10^{-2}$

TABEAU 7 : caractéristiques des droites de régression k en fonction de σ ($\sigma \geq 3.10^{-3}$)

On notera que pour le second lot de Lycopode nous n'avons pas non plus la courbe $k(\sigma)$ en entier ; en prolongeant les courbes $k(\sigma)$, on s'aperçoit que σ_M est de l'ordre de 2.10^{-2} : seule la première moitié de ces courbes est connue.

. Cas particulier de la couche de sortie du lit

Dans cette couche, la concentration de la suspension est celle du filtrat que nous avons mesurée. Or, nous pouvons aussi la calculer à partir des courbes de rétention (§ 244) ; nous avons porté ces valeurs calculées sur la figure 31 : elles se placent près des autres obtenues par la mesure et le bilan : c'est une preuve supplémentaire que le colmatage est un processus cinétique du premier ordre.

. Influence du débit sur k

- $\sigma < 0,3.10^{-2}$: en procédant comme pour le lot 1 (§ 2512) nous avons obtenu (tableau 8) :

$\sigma.10^2$	n	Δn	Coeff. de corrélation
0,10	0,93	$\pm 0,84$	0,997
0,20	0,96	$\pm 0,06$	0,999

TABLEAU 8 : n pour $\sigma < 0,3.10^{-2}$

- $\sigma \geq 0,3.10^{-2}$: nous avons assimilé à des droites les courbes $k(\sigma)$ et ces droites sont concourantes puisqu'elles coupent l'axe des rétentions pratiquement au même point (tableau 7) ; elles sont affines et le débit n'intervient que dans k_0 . Si on pose k_0 proportionnel à u_m^{-n} , les pentes des droites fourniront n ; avec la méthode des moindres carrés on obtient :

$$n = 0,87 \pm 1,50$$

avec un coefficient de corrélation de 0,99.

Dans les deux cas la valeur de n est identique et k dépend de u_m uniquement par l'intermédiaire de k_0 qui est proportionnel à $u_m^{-0,9}$.

L'extrapolation de la courbe $k(\sigma)$ pour $u_m = 0,0400$ cm/s donne $k_0 \neq 20.10^{-3} \text{ cm}^{-1}$, d'où on déduit :

$$k_0 = 1,1.10^{-3} u_m^{-0,9} \text{ cm}^{-1} \quad (79)$$

. Expression analytique de k en fonction de σ

- $\sigma \geq 0,30.10^{-2}$: à partir des expressions du tableau 7, on déduit :

$$k = 4,2.10^{-4} . u_m^{-0,9} \left(1 - \frac{\sigma}{0,02}\right) \quad (80)$$

- $\sigma < 0,3.10^{-2}$: nous avons ici encore choisi une fonction homographique pour la décroissance de k avec σ :

$$F(\sigma) = \frac{1}{1+650\sigma}$$

Comme pour le lot 1, cette fonction n'est qu'une des expressions possibles pour décrire correctement et phénoménologiquement les variations de k avec la rétention σ .

En introduisant le débit u_m , on déduit :

$$k = \frac{1,1 \cdot 10^{-3} \cdot u_m^{-0,9}}{1 + 650 \sigma} \quad (81)$$

. Les deux parties des courbes $k(\sigma)$ sont trop distinctes pour qu'on puisse rendre compte précisément des variations de k avec σ par une seule expression contrairement au cas des particules du lot 1.

2525 - Etude du colmatage dans le haut du lit ($z \leq 50$ cm)

Nous avons utilisé la méthode rigoureuse pour déterminer l'équation cinétique à $z = 10, 30$ et 50 cm après avoir calculé la concentration y à ces cotes à partir de la concentration du filtrat y_f : en effet, les courbes de rétention sont plus précises en bas du lit qu'en haut.

. $z = 50$ cm

On vérifie que les valeurs de k sont indépendantes de y et se placent sur les courbes $k(\sigma)$ obtenues précédemment pour $z = 75$ et 100 cm (figure 33) : pour $z = 50$ cm, la cinétique du colmatage est identique en tout point à celle qui a été observée pour les cotes supérieures et qui vient d'être exposée (§ 2524).

. $z = 30$ cm

Le calcul de k pour $z = 30$ cm indique que (figure 33) :

- à σ donné, k est un peu plus grand que dans le bas du lit ($z > 50$ cm) mais la différence est légère : les écarts sont au maximum de 30 % et plus ou moins grands selon les expériences ;

- les variations de k avec σ sont inchangées.

Par conséquent, c'est sans doute le même phénomène que pour le lot 1 (§ 2513) : la cinétique reste la même que dans le bas du lit excepté k_0 qui est un peu plus grand ; l'influence de u_m sur k_0 demeure aussi inchangée.

On pourra conserver les expressions (80) et (81) de k en fonction de σ , en majorant les coefficients de 15 % pour tenir compte de l'accroissement de k_0 .

. $z = 10$ cm

L'analyse des valeurs de k présentées figure 33 aboutit aux résultats suivants :

- à σ donné les valeurs de k sont environ deux fois plus élevées que dans le bas du lit et voisines de celles calculées pour le premier lot ;

le premier lot ;

- les variations de k avec σ sont proches de celles observées avec le premier lot.

Qu'en déduire pour la cinétique du colmatage ?

Tout d'abord, il semble raisonnable d'admettre que le colmatage soit ici encore un processus cinétique du premier ordre : en effet, la concentration de la suspension ne paraît pas avoir d'effet sur k et les valeurs de k sont voisines de celles observées avec le premier lot de Lycopode.

Ensuite, il est clair que k_0 est très sensible aux variations de granulométrie et que le colmatage dans le haut lit des particules du second lot se déroule comme celui des particules du premier lot dans la majeure partie du lit : ceci n'est pas surprenant puisqu'il s'agit dans les deux cas du même milieu poreux, de particules de même nature et de granulométrie voisine et que dans les deux cas le rapport d/d_g des tailles des particules et des grains est identique (annexe 3).

Enfin, il semble que le débit n'intervienne que dans k_0 puisque les variations de k avec σ restent identiques pour les trois débits et semblables à celles notées pour le premier lot. Il est difficile de déterminer la valeur de l'exposant n car les valeurs de k sont dispersées, mais il semble que k_0 soit plutôt proportionnel à $u_m^{-0,9}$ qu'à $u_m^{-0,5}$.

2526 - Comparaison des résultats pour les deux lots de Lycopode

. Il est apparu dans tous les cas que le colmatage est bien un *processus cinétique du premier ordre* et que le débit ne joue un rôle que dans k_0 .

. La probabilité de rétention k_0 à l'instant initial ainsi que la fonction $F(\sigma)$ dépendent beaucoup de la taille des particules et des grains : dans le bas du lit à σ donné, les valeurs de k sont environ deux fois plus grandes avec le premier lot qu'avec le second. Les valeurs maximales de la rétention σ_M sont de l'ordre de 0,075 pour le premier lot de Lycopode et 0,02 pour le second.

. Il en résulte que les petites différences du diamètre des grains dans le lit causées par les lavages successifs provoquent des variations non négligeables de k_0 ; le lit n'est donc pas homogène et la théorie macroscopique exposée dans le premier chapitre n'est pas applicable dans tout le lit.

. Le débit ne semble pas intervenir de la même manière dans les deux cas : pour le premier lot k_0 varie comme $u_m^{-0,5}$ et dans le second comme $u_m^{-0,9}$. Il faut cependant noter que l'intervalle d'étude n'é-

tait pas très étendu (pour le premier lot rapport de 1 à 4, pour le second de 1 à 2) et que les résultats ne sont donc pas très significatifs du point de vue statistique : il ne serait guère étonnant qu'une étude plus approfondie donne des valeurs de n tout à fait comparables dans les deux cas.

. Les fonctions de rétention $F(\sigma)$ ne sont pas non plus identiques pour les deux lots de Lycopode :

- la rétention maximale σ_M est proche de 0,075 pour le premier et 0,02 pour le second ;

- la fonction $F(\sigma)$ garde une allure semblable dans les deux cas : d'abord très décroissante pour les petites rétentions, puis moins fortement décroissante pour les grandes rétentions ; cependant, ces deux parties sont très distinctes pour le second lot, moins pour le premier où la transition est peu marquée.

253 - MICRO-BILLES DE VERRE

2531 - Courbes de rétention

Nous présentons figure 34 les courbes de rétention obtenues au cours d'une expérience réalisée avec les micro-billes de verre : elles sont fort inclinées aux petites épaisseurs, très peu aux grandes épaisseurs et il n'existe pas de région du lit où elles soient à peu près parallèles ; il semble donc que la théorie exposée au premier chapitre ne soit pas applicable.

2532 - Evolution de la concentration à l'entrée et à la sortie du lit

Nous donnons figure 35 l'évolution de la concentration du filtrat y_f en fonction du temps pendant la même expérience. Nous n'avons malheureusement pas réussi à mesurer la concentration y_i de la suspension entrant dans le lit ; cependant, à partir des valeurs mesurées de y_f nous avons calculé la concentration à l'entrée du lit et à $z = 10, 30$ et 50 cm par la méthode du § 242 ; ce sont ces valeurs calculées qui sont portées sur la figure 35 et dans le tableau 5.

Le rapport y_f/y_i ne cesse de croître et atteint assez vite des valeurs proches de l'unité : alors, peu de particules entrées dans le lit y sont retenues ; par exemple, à la fin de l'expérience 82 lorsque $t=11$ h, $y_f=7,5.10^{-4}$, $y_i=8,5.10^{-4}$ et $y_f/y_i=0,88$: 1 particule sur 10 seulement est arrêtée dans le lit.

2533 - Etude du colmatage à $z = 100$ cm

. Calcul de k

Nous avons déterminé k par la méthode rigoureuse et rassemblé

les résultats figure 36 : on vérifie que le colmatage est un processus cinétique du premier ordre.

On observera que k décroît très vite avec la rétention lorsque $\sigma < 0,2.10^{-2}$ mais qu'il devient constant pour $\sigma \geq 0,2.10^{-2}$. Ceci implique que les courbes σ_f en fonction de $\int_0^\tau y_f d\tau$ à débit donné sont des droites pour $\sigma \geq 0,2.10^{-2}$ puisque leur pente est ku_m : c'est ce qu'on note expérimentalement puisque les coefficients de corrélation obtenus lors des calculs des droites de régression σ_f en fonction de $\int_0^\tau y_f d\tau$ sont excellents (tableau 9).

u_m cm/s	nb. de points	coefficient de corrélation	Equation de la droite σ en 10^{-2} - $\int_0^\tau y_f d\tau$ en sec.	Erreur sur la pente
0,0400	12	0,996	$\sigma = 0,0041 \int_0^\tau y_f d\tau + 0,169$	$\pm 3.10^{-4}$
0,0600	14	0,993	$\sigma = 0,0058 \int_0^\tau y_f d\tau + 0,149$	$\pm 4.10^{-4}$
0,0800	22	0,905	$\sigma = 0,0064 \int_0^\tau y_f d\tau + 0,150$	$\pm 14.10^{-4}$

TABLEAU 9 : droites de régression σ_f en fonction de $\int_0^\tau y_f d\tau$

Nous avons aussi calculé k par la seconde méthode approchée ; les résultats sont portés figure 37 : les points se placent autour des courbes précédentes. Les deux méthodes de calcul fournissent les mêmes résultats dans les dernières couches du lit la théorie macroscopique exposée dans le premier chapitre est donc applicable ; en particulier cela signifie que k_0 ne varie pas avec z .

. Influence du débit

- Pour $\sigma \geq 0,2.10^{-2}$, les points expérimentaux se placent sur des droites σ_f en fonction de $\int_0^\tau y_f d\tau$ de pente ku_m : il est alors aisé de voir si k est proportionnel à u_m^{-n} ; en prenant les valeurs des pentes (tableau 9) on trouve par la méthode des moindres carrés :

$$n = 0,4 \pm 1,4$$

avec un coefficient de corrélation de 0,985.

- Afin de vérifier que cette valeur de n reste valable pour les rétentions plus petites et que u_m ne joue aucun rôle dans $F(\sigma)$ nous avons tracé le graphique σ_f en fonction de $u_m^{0,6} \int_0^\tau y_f d\tau$ pour tous les points expérimentaux : en effet, σ_f ne dépend que du groupe adimensionnel

$(k_0 u_m \int_0^\tau y_f d\tau)$ si $F(\sigma)$ ne contient pas u_m : c'est la conséquence de l'intégration de l'équation cinétique dans la couche de sortie du lit (comme pour la relation (26) établie dans la couche d'entrée) : comme seul u_m a varié, il revient au même de porter $k_0 u_m \int_0^\tau y_f d\tau$ ou $u_m^{0,6} \int_0^\tau y_f d\tau$. Tous les points se rassemblent autour d'une même courbe (fig. 38), donc u_m ne joue que dans k_0 qui est proportionnel à $u_m^{-0,4}$.

- Pour les rétentions supérieures à $0,20.10^{-2}$, les points sont pratiquement alignés (fig. 38) : pour les 48 points le coefficient de corrélation est 0,942, la pente de la droite $3,16.10^{-4}$ et l'intervalle de confiance de la pente $\pm 0,33.10^{-4}$. Alors, pour $\sigma \geq 0,20.10^{-2}$, on déduit :

$$k = (3,2 \pm 0,3).10^{-4}.u_m^{-0,4} \tag{82}$$

. Détermination de k_0

A débit donné, les points k en fonction de σ sont sensiblement alignés pour $\sigma < 0,20.10^{-2}$ (fig. 36) et nous avons déterminé les droites de régression (tableau 10).

débit cm/s	nb. de points	coeff. de corrélation	Eq. des droites k en 10^{-3} cm^{-1}	Δ coeff. de σ	Δk_0 10^{-3} cm^{-1}	$k_0 u_m^{0,4}$ u_m en cm/s k en cm^{-1}
0,0400	10	0,81	$k=13,0(1-475\sigma)$	± 280	$\pm 5,9$	$(3,6 \pm 1,6).10^{-3}$
0,0600	12	0,77	$k= 9,5(1-465\sigma)$	± 270	$\pm 3,9$	$(3,1 \pm 1,3).10^{-3}$
0,0800	17	0,93	$k= 9,1(1-485\sigma)$	± 100	$\pm 1,4$	$(3,3 \pm 0,5).10^{-3}$

TABEAU 10 : caractéristiques des droites de régression $k(\sigma)$ pour $\sigma < 0,2.10^{-2}$

On écrira donc pour les faibles rétentions :

$$F(\sigma) = 1 - 475 \sigma \tag{83}$$

Les valeurs de k_0 ainsi déterminées devraient être proportionnelles à $u_m^{-0,4}$. Pour le vérifier, nous avons calculé $k_0 u_m^{0,4}$ et l'incertitude sur cette grandeur (tableau 10). On constate qu'il en est bien ainsi et on écrira en prenant la moyenne des coefficients :

$$k_0 = 3,3.10^{-3} u_m^{-0,4} \tag{84}$$

Les expériences réalisées avec les micro-billes de verre seront résumées par les relations suivantes valables à $z = 100 \text{ cm}$:

$$\begin{aligned} & - \text{ pour } \sigma < 0,2 \cdot 10^{-2} \\ k & = 3,3 \cdot 10^{-3} u_m^{-0,4} (1 - 475\sigma) \end{aligned} \quad (85)$$

$$\begin{aligned} & - \text{ pour } 0,2 \cdot 10^{-2} \leq \sigma \leq 0,5 \cdot 10^{-2} \\ k & = (3,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} u_m^{-0,4} \end{aligned} \quad (82)$$

2534 - Etude du colmatage à z = 30 et 50 cm

Nous présentons figure 39 les valeurs de k obtenues par la méthode du § 243 :

- à σ donné k est plus grand que dans la couche de sortie : pour z = 30 cm k est au maximum 2 fois plus grand et pour z = 50 cm 1,5 fois ; de plus, les écarts sont variables avec les expériences ;

- les variations de k avec σ restent identiques à celles notées dans le bas du lit.

Nous retrouvons ici aussi les mêmes phénomènes qu'avec les particules de Lycopode : la cinétique demeure identique à celle du bas du lit excepté les valeurs de k_0 plus élevées : les relations (82) et (85) pourront être conservées à condition de majorer les coefficients numériques, de 50 % pour z = 30 cm et de 25 % pour z = 50 cm : on rendra compte ainsi correctement des données expérimentales.

2535 - Etude du colmatage à z = 10 cm

Nous donnons fig. 40 les valeurs de k calculées à z = 10 cm : elles sont dispersées, environ 4 à 5 fois supérieures à celles du bas du lit et du même ordre que celles observées avec le second lot de Lycopode.

Il est difficile de discerner une influence particulière de la concentration y_i et de définir une fonction de rétention $F(\sigma)$. Tout se passe comme si on assistait à une évolution du colmatage depuis la cinétique décrite dans le bas du lit pour les micro-billes à celle observée avec les particules du second lot de Lycopode ; ceci n'est pas absurde puisque les plus grosses micro-billes ont la même taille que les particules de Lycopode.

Pour une expérience, la "position" entre les deux extrêmes dépendrait du tassement du lit, de la granulométrie des billes et c'est ce qui expliquerait la dispersion des points.

On pourrait imaginer que s'il en était bien ainsi la granulométrie des particules sortant du lit devrait évoluer avec le temps ; or il n'en est rien car les déterminations du diamètre moyen au cours de l'expérience 88 ont montré qu'aucune variation significative ne se produisait (figure 41) : la légère augmentation remarquée avec le "Coulter

counter" ne signifie en effet pas grand chose car la pente de la droite de régression vaut $0,076 \pm 1$; de plus le diamètre moyen mesuré au microscope est identique à celui du lot utilisé (cf. § 2324). Néanmoins, une légère variation a peut être lieu mais comme presque toutes les particules sortent du lit (§ 2532), elle n'est pas observable.

2536 - Conclusion

L'étude du colmatage des micro-billes a apporté les renseignements suivants :

- . il s'agit d'un processus cinétique du premier ordre ;
- . à σ et u_m donnés, k est bien plus grand en haut qu'en bas du lit ;
- . le lit n'est pas homogène ;
- . pour $z > 30$ cm, on a noté :
 - k_0 augmente quand z diminue : si $k_0 = 1$ à $z = 100$ cm, $k_0 = 1,25$ à $z = 50$ cm et $1,50$ à 30 cm ;
 - le débit n'intervient que dans k_0 qui varie comme $u_m^{-0,4}$;
à $z = 100$ cm, $k_0 = 3,3 \cdot 10^{-3} u_m^{-0,4}$ (84)
- pour $\sigma < 0,2 \cdot 10^{-2}$, k varie linéairement avec σ selon la relation :
 $F(\sigma) = 1 - 475\sigma$ (83)
- pour $\sigma \geq 0,2 \cdot 10^{-2}$ k est constant et s'écrit à $z = 100$ cm :
 $k = (3,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} u_m^{-0,4}$ (82)
- . Pour $u_m = 0,0400$ cm/s, $\sigma = 0,15 \cdot 10^{-2}$ et $z = 100$ cm, k est trois fois plus petit que pour les particules de Lycopode du lot 2 et sept fois plus petit que pour celles du lot 1.

. Dans les mêmes conditions mais pour $\sigma = 0,25 \cdot 10^{-2}$, ces rapports sont 7 et 15.

. A $z = 10$ cm, k est du même ordre de grandeur que pour les particules de Lycopode du lot 2 dans le bas du lit.

254 - PARTICULES D'ALUMINE 24 HEURES

2541 - Courbes de rétention

Nous présentons figure 42 un exemple de courbes de rétention observées au cours d'une des 4 expériences qui furent effectuées avec une suspension peu chargée ($y_i = 0,95 \cdot 10^{-4}$).

Le lit est resté propre pour $z > 50 \text{ cm}$, donc aucune particule n'en est sortie : l'aire comprise entre deux courbes est égale à la quantité de particules entrées dans le lit et devrait donc rester constante puisque les intervalles de temps sont égaux. Or on remarque qu'il n'en est pas ainsi (tableau 11).

Intervalle de temps	0-30 mn	30 mn-1h	1h-1h30	1h30-2h	2h-2h30
Volume de particules retenues cm^3/cm^2 de section	0,034	0,041	0,059	0,067	0,099

TABLEAU 11 : vérification du bilan de matière

La quantité de particules entrées dans le lit calculée d'après u_m et y est $0,031 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$ de section et par demi-heure : le bilan de matière n'est donc vérifié que par la première et, à la rigueur, la seconde courbe. Pourquoi les autres courbes ne le vérifient-elles pas ?

La plus grande partie de l'aire comprise entre deux courbes se trouve dans le haut du lit, là où les rétentions sont les plus fortes et l'extinction lumineuse la plus prononcée. Or les erreurs de mesure sont plus grandes lorsque la lumière transmise est faible et ce, d'autant plus que la courbe d'étalonnage est alors peu inclinée.

Exemple : supposons une erreur absolue sur I constante ; si pour $I_0/I=1$ ($\sigma+\epsilon y=0,5 \cdot 10^{-2}$) l'erreur relative sur I_0/I est 2,5 %, $\Delta(\sigma+\epsilon y)$ sera $1 \cdot 10^{-4}$; en revanche si $I_0/I=40$ ($\sigma+\epsilon y=2 \cdot 10^{-2}$), l'erreur relative sera 10 % et $\Delta(\sigma+\epsilon y)$ sera $0,2 \cdot 10^{-2}$: plus les rétentions sont élevées, plus la précision est mauvaise.

On pourrait songer remédier à cette difficulté par l'emploi d'un projecteur plus puissant mais le problème subsisterait en effet, à cause de l'affaiblissement énorme de l'intensité lumineuse (plusieurs dizaines de fois), les petites erreurs dues au guidage de l'ensemble de mesure ou à l'état de surface de la colonne, qui sont négligeables pour le lit propre, finiraient toujours par fausser les mesures. Les mesures photo-électriques sont donc peu adaptées au cas des fines particules qui ont une grande surface par rapport à leur volume.

Quant à nos expériences, elles ne sont exploitables qu'à leur début lorsque les rétentions sont faibles et le bilan de matière vérifié ; c'est pour cette raison que nous n'avons pas poursuivi l'étude du colmatage pour les particules d'alumine.

2542 - Calcul de k

Comme $y_i = 0,95 \cdot 10^{-4}$, ϵy reste toujours inférieur à $0,4 \cdot 10^{-4}$ et est donc négligeable devant σ dès que σ dépasse $0,1 \cdot 10^{-2}$: la première approximation est justifiée.

Nous avons calculé $(\partial\sigma/\partial z)_t/\sigma$ le long des courbes $\sigma(z)$ exploitables (fig. 43) : ce rapport ne dépend que de σ pour chaque expérience, ce qui indique que le colmatage est un processus du premier ordre et que ce rapport est égal à k , probabilité de rétention par unité d'épaisseur (§ 245).

On notera l'ordre de grandeur de k : $0,1 \text{ cm}^{-1}$, plus élevé que pour les particules de Lycopode et les micro-billes.

2543 - Influence de la rétention σ sur k

Puisqu'à débit donné les points expérimentaux k en fonction de σ paraissent alignés, nous avons calculé les droites de régression (tableau 12) ; en outre, nous donnons le coefficient de corrélation limite pour qu'il n'y ait aucun lien entre k et σ (table de Fischer et Yates).

Expé- rience	nb. de points	Coeff. de corrélation limite	Coeff. de corrélation	Pente de la droite	Incertitude sur la pente
1	14	0,53	0,515	- 2,3	$\pm 2,4$
2	13	0,55	$6 \cdot 10^{-4}$	$+1,9 \cdot 10^{-3}$	$\pm 2,1$
3	16	0,50	0,49	$+7,1 \cdot 10^{-3}$	$\pm 0,8$
4	10	0,63	0,70	- 4,4	$\pm 3,7$

TABLEAU 12 : Droites de régression k en fonction de σ

Les variations de k avec σ ne sont donc pas significatives et on peut admettre que k est indépendant de σ dans le domaine étudié ($\sigma < 0,5 \cdot 10^{-2}$).

2544 - Influence du débit sur k

Nous avons alors déterminé la droite de régression entre ku_m et u_m pour tous les points sans tenir compte de σ . Pour les 53 points, le coefficient de corrélation est 0,12, le coefficient de régression $1,4 \cdot 10^{-3}$ avec une incertitude $\pm 3,3 \cdot 10^{-3}$; de plus le coefficient de corrélation limite est 0,27 : ku_m ne dépend pas de u_m , donc k est pro-

proportionnel à u_m^{-1} .

2545 - Conclusion

Nous avons dû limiter l'étude du colmatage aux faibles rétentions à cause des difficultés de mesure des rétentions ; cependant, dans l'intervalle étudié nous avons montré que le colmatage est un processus du premier ordre, que k ne dépend pas de σ mais est inversement proportionnel à u_m . Nous résumerons ces résultats en prenant la valeur moyenne de k et en écrivant pour $\sigma < 0,5.10^{-2}$:

$$k = \frac{0,0178}{u_m} \quad (86)$$

255 - PARTICULES DE SILICE

2551 - Courbes de rétention

La figure 44 donne les courbes obtenues lors de la première expérience N° 57 ($u_m = 0,0500$ cm/s).

2552 - Evolution de la concentration à l'entrée et à la sortie du lit

Les variations de y_i et y_f avec le temps sont tracées fig. 45 pour la même expérience. On notera que le rapport y_f/y_i croît constamment.

2553 - Vérification du bilan de matière

Nous avons procédé de la manière indiquée au § 241 (cf. tableau 13).

Intervalle de temps	0-1h30	1h30-5h
Particules restées dans le lit cm^3/cm^2 de section	$8,2.10^{-2}$	$10,5.10^{-2}$
Particules ôtées de la suspension cm^3/cm^2 de section	$8,1.10^{-2}$	$15,1.10^{-2}$

TABLEAU 13 : vérification du bilan de matière

Le bilan de matière est donc vérifié entre les instants 0 et 1h30 mais non pour l'intervalle 1h30-5h au cours duquel apparaît un excédent du volume des particules soustraites de la suspension : les mesures photo-électriques fournissent des résultats erronés.

2554 - Dépôt sur le "Plexiglas"

La cause de l'erreur est apparue au cours du lavage du lit après l'expérience : des particules de silice sont venues se coller sur le "Plexiglas" de la cellule de filtration, l'ont rendu partiellement opaque si bien que les mesures donnent des résultats par excès. Le dépôt est bien sûr le plus prononcé au-dessus du lit puisque c'est là que la concentration de la suspension est la plus grande : ce seront les mesures de y_i qui seront les plus perturbées. Les mesures de rétention le seront moins car le dépôt diminue vers le bas du lit (comme y) et l'extinction lumineuse est principalement causée par le garnissage. Quant à la détermination de la concentration du filtrat, elle sera peu entachée d'erreur car y_f reste petit et le dépôt est donc insignifiant. Telle est l'explication de l'anomalie constatée dans le bilan de matière : la concentration y_i est mesurée par excès.

Ce dépôt de particules de silice sur le "Plexiglas" est sans doute de même nature que celui qui a lieu dans le lit poreux et qui est responsable de la filtration ; en effet, une expérience simple a montré que l'addition d'un peu de "Teepol" à la suspension (1 cm³ par litre) annihilait en même temps le dépôt sur le "Plexiglas" et dans le lit puisque la rétention est restée très faible (fig. 46).

Par conséquent, l'existence de ce dépôt sur le "Plexiglas" semble liée à la concentration des particules de silice et il paraît vain d'espérer obtenir des mesures précises de rétentions ou de concentrations élevées puisqu'il aura forcément alors un dépôt non négligeable à la paroi de la colonne. Comme pour les particules d'alumine, nous devrons limiter l'étude aux faibles rétentions.

2555 - Quelques résultats quantitatifs

. Validité des mesures effectuées :

Pour juger la validité des mesures effectuées au cours d'une autre expérience ($u_m = 0,0600$ cm/s, nous avons lavé et tassé le lit comme d'habitude après chaque essai ; puis nous avons déterminé le rapport I_0/I^* aux cotes où les mesures ont été faites :

- pour $z > 30$ cm, le rapport est resté inchangé et les mesures de rétention sont donc valables ;

- pour $z < 30$ cm, le rapport a diminué, parfois considérablement, les mesures de y_i et de σ sont donc inutilisables ;

- pour la concentration du filtrat, l'écart est faible, 10 % environ ; pour en tenir compte, nous avons admis une décroissance linéaire de I_0/I^* avec le temps et corrigé les valeurs de y_f en gardant la courbe d'étalonnage (tableau 14).

Instant	45 mn	1h15	2h35	3h35	4h45	6h45	9h30	10h55
$y_f \cdot 10^4$ non corrigé	0,4	1,05	1,9	2,1	2,4	2,0	1,8	1,7
$y_f \cdot 10^4$ corrigé	0,4	1,05	1,9	2,05	2,2	1,9	1,7	1,5

TABLEAU 14 : y_f avec ou sans correction

Les écarts inférieurs à 13 % justifient a posteriori l'emploi de la courbe d'étalonnage même lorsque le dépôt est apparu.

. Calcul de k pour $z = 100$ cm

Nous avons déterminé k dans la couche de sortie du lit par les méthodes du § 243 et du § 244 (tableau 15).

t	$(\sigma + \varepsilon y)_f \cdot 10^2$	$y_f \cdot 10^4$	$\sigma_f \cdot 10^2$	k (méthode générale) 10^{-3}cm^{-1}	k (méthode approchée) 10^{-3}cm^{-1}
2h30	0,115	1,8	0,110	10,2	10,7
3h30	0,165	2,1	0,155	8,15	8,7
5h	0,215	2,05	0,205	7,0	7,5
7h	0,265	1,9	0,260	6,3	7,6
11h	0,350	1,5	0,345	6,3	6,6

TABLEAU 15 : valeurs de k (expérience 58, $u_m = 0,0600$ cm/s)

L'accord entre les deux modes de calcul est satisfaisant : le colmatage par les particules de silice est bien un processus cinétique du premier ordre.

On notera que k décroît avec la rétention contrairement au cas des particules d'alumine et qu'il est du même ordre de grandeur que pour les particules de Lycopode du lot 2 (cf. fig. 32).

Avec le petit nombre de valeurs connues de k , il n'est malheureusement pas possible de déterminer une fonction de rétention $F(\sigma)$.

256 - CONCLUSION APRES LES EXPERIENCES DE COLMATAGE

Dans tout le domaine étudié expérimentalement, nous avons pu mettre en évidence les points suivants :

- . Le colmatage est un processus cinétique du premier ordre.

- . Le débit n'intervient pas dans $F(\sigma)$ mais k_0 est proportionnel à u_m^{-n} ; nous donnons tableau 16 les valeurs de n excepté pour les particules de silice : $n=1$ pour les particules d'alumine mais n est inférieur à 1 pour les particules de Lycopode et les micro-billes.

- . k varie très vite avec la taille des particules ; ce paramètre intervient à la fois dans k_0 et dans $F(\sigma)$. Les lavages successifs du lit y provoquent des différences de granulométrie, il n'est plus homogène et les propriétés macroscopiques exposées dans le premier chapitre ne sont plus observées.

Afin de comparer la cinétique du colmatage pour les différents matériaux utilisés, nous donnons dans le tableau 16 les valeurs de k_0 et de k à $\sigma = 0,25.10^{-2}$ pour $u_m = 0,0600$ cm/s et $z = 100$ cm ; rappelons que pour les particules d'alumine les billes de verre sont plus grosses et que k a été calculé dans le haut du lit. D'autre part, nos valeurs de k_0 sont du même ordre que celles citées par d'autres auteurs (voir le tableau 23 placé après les figures).

On observera que les valeurs de k_0 *passent par un minimum* quand le diamètre des particules d décroît : en effet, à débit donné et pour le même lit, k_0 décroît quand d diminue à partir du Lycopode jusqu'aux micro-billes mais augmente quand d continue de diminuer à partir des micro-billes : bien qu'il ne s'agisse pas des mêmes particules et du même liquide, on peut tout de même en déduire que les mécanismes élémentaires du colmatage doivent être différents pour les grosses particules et les petites.

Nous avons aussi déterminé les fonctions de rétention $F(\sigma)$ qui diffèrent selon les particules : pour celles d'alumine $F(\sigma)=1$ alors que pour les autres particules cette fonction est décroissante. Dans le tableau 16 nous avons aussi indiqué ces fonctions de rétention $F(\sigma)$: celles que nous avons choisies arbitrairement pour décrire phénoménologiquement les variations de k avec σ sont repérées par un astérisque pour les distinguer de celles qui ont été obtenues par la méthode des moindres carrés.

Les mécanismes du colmatage ne sont donc pas les mêmes dans tous les cas de filtration étudiés et nous interpréterons plus loin ces résultats.

Particules	Lycopode Lot 1	Lycopode Lot 2	Micro-billes	Silice	Alumine
d(μ)	32,2	31,2	20,0	4,6	1
d _g (μ)	419-550	419-550	419-550	419-550	800-905
n	0,50	0,90	0,4		1,0
$10^{-3} \frac{k_o}{cm^{-1}}$	30,2	13,8	9,5	14	300
$10^{-3} \frac{k}{cm^{-1}}$ $\sigma=0,25.10^{-2}$	12,7	5,0	0,96	6,9	300
F(σ)	$\frac{1+100\sigma}{1+650\sigma} (1 - \frac{\sigma}{0,075})^*$	$\cdot \sigma < 0,3.10^{-2}$ $\frac{1}{1+650\sigma}^*$ $\cdot \sigma > 0,3.10^{-2}$ $1 - \frac{\sigma}{0,02}$	$\cdot \sigma < 0,2.10^{-2}$ $1 - 475 \sigma$ $\cdot \sigma > 0,2.10^{-2}$ $F(\sigma) = 1$ $(\sigma < 0,005)$		F(σ)=1 (σ<0,005)

TABEAU 16 : résumé des résultats de colmatage

26 - ETUDE DU DECOLMATAGE

Nous avons cherché à connaître le comportement des particules retenues dans le lit lors des changements dans l'écoulement du fluide (variation de débit, inversion du sens de l'écoulement) pour chacun des types de particules utilisées. Ces expériences ont été réalisées avec le même lit poreux de porosité 0,385 constitué par l'empilement des billes de verre du lot 419-550 μ. Nous avons donc suivi les variations de la quantité de particules présentes dans le lit, excepté pour les particules d'alumine pour lesquelles nous avons suivi l'évolution du rapport I₀/I qui varie dans le même sens que la quantité de particules présentes dans le lit et qui fournit des indications qualitatives.

261 - LAVAGE D'UN LIT COLMATE

En premier lieu, il est intéressant de savoir si le décolma-

tage *spontané* a lieu dans les lits colmatés : il s'agit du décolmatage résultant de l'écoulement normal du fluide. Pour essayer de le mettre en évidence, nous avons remplacé l'écoulement de suspension par celui de liquide propre en maintenant le même débit. Pour ne causer aucun "choc" nous avons procédé de la manière suivante : d'abord, l'alimentation en suspension est coupée et le débit tombe à zéro, puis progressivement on amène le débit de liquide propre à la valeur qu'il avait avec la suspension. Cette opération fut effectuée pour chacun des types de particules et a donné les résultats suivants (fig. 47,48,49,50) :

- une légère diminution a parfois lieu au début : elle est due à l'entraînement des particules en suspension par le liquide propre. Deux faits confirment cette supposition : la diminution est toujours inférieure ou égale à ϵ_{oy_i} qui représente la quantité maximale de particules mobiles présentes et elle cesse après un intervalle de temps voisin de celui que met le liquide pour traverser le lit.

- Ensuite, la quantité de particules présentes dans le lit reste invariable : *l'écoulement de liquide propre à même débit que la suspension ne provoque aucun ré-entraînement et le décolmatage spontané est donc improbable.*

262 - DECOLMATAGE PROVOQUE AVEC LE MEME SENS D'ECOULEMENT

Après le lavage du lit colmaté, seules restent les particules fixes retenues par le lit. Nous avons cherché à provoquer leur ré-entraînement en variant plus ou moins brutalement le débit de liquide propre mais avec toujours le *même sens d'écoulement* de haut en bas. Nous avons changé le débit de deux manières :

- en agissant sur la pression de l'air comprimé qui met le liquide en mouvement mais en conservant le même circuit : des variations peu brutales sont alors produites, elles sont représentées sur les diagrammes par des traits obliques ;

- en ouvrant ou fermant des robinets boules, donc en changeant le circuit du liquide, mais en gardant la même pression motrice d'air : des variations brutales sont alors produites, elles sont représentées par des traits verticaux.

Nous donnons sur les figures 47,48,51,52,53 un aperçu des expériences de décolmatage que nous avons réalisées ; à chaque fois nous indiquons aussi le diagramme des débits. On notera les points suivants :

- Généralement, ce n'est pas le débit final qui joue le principal rôle mais *l'intensité du "choc"*. Si nous n'avons pu provoquer de décolmatage avec les particules de Lycopode du lot 1, c'est peut être parce que les "chocs" n'ont pas été suffisamment intenses. En comparant le comportement des grosses particules, on peut dire que l'ordre de sensibilité croissante serait : Lycopode lot 1, Lycopode lot 2, micro-billes,

soit l'ordre décroissant des diamètres. Pour les petites particules on ne peut rien dire de précis car on ne dispose que d'informations *qualitatives* pour les particules d'alumine.

- Le décolmatage se produit aussitôt après la variation de débit ; 5 à 10 minutes après tout est fini et les rétentions ne changent plus : le ré-entraînement de particules retenues a un caractère instantané et non permanent.

- Le décolmatage est surtout observé dans le haut du lit. Il est possible que dans le bas du lit les particules ré-entraînées se redéposent et que globalement tout se passe comme s'il n'y avait pas eu de décolmatage ; ceci est particulièrement net pour les petites particules puisque les rétentions *augmentent* dans le bas du lit alors qu'aucune particule n'est entrée dans le lit.

- Les diminutions de débit ne provoquent aucun décolmatage.

- Si une même variation de débit est répétée, le décolmatage, s'il a lieu, se produit uniquement la première fois ; la seconde fois, il est insignifiant voire inexistant et la troisième rien ne se passe.

263 - INVERSION DU SENS DE L'ÉCOULEMENT DU LIQUIDE PROPRE

Il serait intéressant de réaliser une étude similaire avec l'écoulement inversé de bas en haut. Malheureusement, cela n'est pas possible car le lit se fluidiserait dès que le débit dépasserait une certaine valeur. Ces expériences sont donc délicates à réussir ; de plus, on ignore la vitesse minimale de fluidisation car dans le lit colmaté la chute de pression est plus élevée que dans le lit propre à même débit. Nous avons donc dû nous contenter de très petits débits et vérifier chaque fois que le lit ne s'était pas expansé.

2631 - Cas des grosses particules

La figure 54 donne un exemple typique : l'inversion du sens de l'écoulement avec un faible débit provoque un léger décolmatage qui a lieu aussitôt après l'inversion et ensuite plus rien ne se passe. Des expériences similaires ont donné un résultat identique avec les particules de Lycopode.

2632 - Cas des petites particules

Nous pouvons observer sur les figures 49 et 50 que l'inversion du sens de l'écoulement ne provoque aucun ré-entraînement tant que le débit est resté inférieur ou égal à sa valeur pendant le colmatage et le lavage. Cependant, quand il a dépassé cette valeur, un ré-entraînement a eu lieu.

Il existe donc une différence de comportement entre les petites et les grosses particules lors des changements dans l'écoulement du fluide: les petites particules sont moins sensibles que les grosses à l'inversion du sens de l'écoulement, alors que le contraire a lieu lors des augmentations de débit avec le même sens d'écoulement. Toutes les particules ne sont donc pas retenues de la même manière par le lit poreux : les grosses tiennent en place malgré les augmentations de débit, elles seraient donc coincées entre les grains et seule l'inversion du sens de l'écoulement, en renversant la poussée du fluide, pourrait détruire le dépôt formé dans le milieu poreux ; les petites particules se déposeraient à la surface des grains et seule la valeur absolue du débit interviendrait : c'est l'augmentation de la vitesse interstitielle qui provoque le décolmatage et ce, quel que soit le sens de l'écoulement.

3 - THEORIE MICROSCOPIQUE DU COLMATAGE ET DU DECOLMATAGE

31 - DESCRIPTION DES MECANISMES ELEMENTAIRES

- 311 - Les sites de rétention
- 312 - Les forces de rétention
- 313 - Les processus de capture
- 314 - Les processus de décolmatage
- 315 - Lois cinétiques générales de la filtration
 - 3151 - Influence de la concentration de la suspension
 - 3152 - Importance relative des forces d'inertie et de pesanteur
 - 3153 - Importance relative de la sédimentation par rapport à l'écoulement d'ensemble
 - 3154 - Importance relative du mouvement Brownien par rapport à l'écoulement d'ensemble
 - 3155 - Importance de l'interception directe
 - 3156 - Effets hydrodynamiques
 - 3157 - Forces d'adhésion

32 - CLASSIFICATION DES TYPES DE FILTRATION

33 - ANALYSE DES TRAVAUX ANTERIEURS

- 331 - Grosses particules
- 332 - Petites particules
- 333 - Particules moyennes
- 334 - Comparaison de quelques valeurs expérimentales de λ_0
- 335 - Décolmatage
 - 3351 - Grosses particules
 - 3352 - Petites et moyennes particules

34 - ANALYSE DE NOS RESULTATS EXPERIMENTAUX

- 341 - Classification
- 342 - Granulométrie du milieu poreux
- 343 - Etude microscopique de la filtration des grosses particules
 - 3431 - Colmatage des sites de crevasse
 - 3432 - Deuxième stade du colmatage : obstruction des rétreints
 - 3433 - Vérification du modèle proposé pour le colmatage par les expériences de décolmatage
 - 3434 - Conclusions sur la filtration des grosses particules
- 344 - Filtration des petites particules

35 - CONCLUSION : EXISTENCE DE DIFFERENTS TYPES DE FILTRATION

CHAPITRE 3

THEORIE MICROSCOPIQUE DU COLMATAGE ET DU DECOLMATAGE

Dans le premier chapitre nous avons exposé la théorie macroscopique du colmatage des milieux poreux, présenté des équations phénoménologiques pour décrire le transfert des particules de la suspension au milieu poreux et déduit une méthode de calcul des lits filtrants. Nous ne nous étions pas préoccupé alors de ce qui se passait réellement à l'échelle des particules mais nous nous étions intéressé uniquement au résultat global des mécanismes élémentaires du colmatage. Cette démarche est d'ailleurs tout à fait normale car pour le calcul d'un lit filtrant il importe de connaître la quantité de particules qui pourra être retenue, alors qu'il est superflu de savoir comment ces particules sont arrêtées. Nous nous proposons cependant maintenant de porter notre attention sur les mécanismes élémentaires de colmatage et de décolmatage et d'interpréter les données expérimentales recueillies au cours de nos essais de filtration rapportés dans le second chapitre.

Commençons par dresser l'inventaire de tous les paramètres expérimentaux sur lesquels on peut agir et qui interviennent dans la cinétique du colmatage :

- . le fluide porteur sera caractérisé par sa viscosité η , sa masse volumique ρ_ℓ et son débit u_m ;

- . la suspension sera définie par le titre volumique y de particules que l'on supposera sphériques de diamètre moyen d et de masse volumique ρ_s ;

- . le massif filtrant est caractérisé à l'instant initial par sa perméabilité B_0 et sa porosité ϵ_0 . Si on suppose qu'il est fait par empilement de grains sphériques, on connaîtra le diamètre moyen d_g des grains. A mesure que le lit se colmate la perméabilité, la porosité et la probabilité de rétention k varient avec la rétention σ .

- . La nature de l'écoulement du fluide sera caractérisée par le nombre de Reynolds Re ; pour un écoulement à travers un milieu poreux granulaire, on écrit souvent :

$$Re = \frac{u_m d_g \rho_\ell}{6\eta(1-\epsilon_0)} \quad (87)$$

- . les propriétés physico-chimiques seront caractérisées par ϕ .

Dans le cas général, nous pouvons donc écrire :

$k = \text{fonction } (\eta, \rho_l, u_m, y, \rho_s, d, d_g, B_o, \epsilon_o, \sigma, Re, \phi)$

Mais cette fonction générale se simplifie et prend des formes différentes selon diverses "classes" de filtration que nous considérerons plus loin.

31 - DESCRIPTION DES MECANISMES ELEMENTAIRES

Dressons maintenant l'inventaire des processus élémentaires de colmatage et de décolmatage, c'est à dire les sites de rétention, les forces de rétention qui s'exercent sur les particules déposées en ces sites, les mécanismes de capture qui mettent en contact les particules avec les sites ainsi que les processus de ré-entraînement des particules arrêtées.

311 - LES SITES DE RETENTION

Nous distinguerons plusieurs sites de rétention (fig. 55) :

- . les sites de surface : la particule s'arrête et se colle à la surface d'un grain du lit poreux ;
- . les sites de crevasse : la particule est coincée entre les deux surfaces convexes de deux grains ;
- . les sites de rétreint : la particule ne peut pénétrer dans un pore de dimension inférieure à la sienne ;
- . les sites de caverne : la particule se dépose dans une région abritée, une petite poche formée par plusieurs grains.

312 - LES FORCES DE RETENTION

- Pression axiale du fluide : une particule immobilisée à l'entrée d'un rétreint est par exemple collée sur le site par la poussée du fluide.

- Forces de frottement : une particule coincée dans une crevasse peut s'être légèrement déformée lors du choc d'arrêt et tient en place par frottement.

- Forces d'adhésion : il faut distinguer les forces de VAN DER WAALS toujours attractives et les forces électriques (électrostatiques et électrocinétiques) attractives ou répulsives selon les conditions physico-chimiques de la suspension.

- Forces chimiques : de véritables liaisons chimiques peuvent se former dans le cas de particules colloïdales ou dans certains cas particuliers.

313 - LES PROCESSUS DE CAPTURE

- Sédimentation : si les particules ont une masse volumique différente de celle du liquide, elles sont soumises à la gravité et acquièrent une vitesse relative par rapport au fluide : elles peuvent ainsi rencontrer le massif filtrant.

- Inertie : Toujours à cause de leur poids apparent, les particules ne peuvent pas suivre les mêmes trajectoires que le fluide, elles dévient des lignes de courant lors des changements brusques de direction et peuvent entrer en contact avec les grains du lit.

- Interception directe : même avec rigoureusement la même masse volumique que le fluide, les particules ne pourraient pas, du fait de leur taille, suivre les plus fines tortuosités des trajectoires du fluide porteur, elles viennent alors heurter les parois des sections convergentes des pores.

- Effets hydrodynamiques : par suite du gradient de vitesse du fluide, de la forme non sphérique des particules, des effets hydrodynamiques se produisent (effet Magnus) ; ils provoquent la migration latérale des particules qui peuvent ainsi être mises en contact avec les sites de rétention.

- Diffusion par mouvement Brownien : les particules diffusent et atteignent des zones normalement non irriguées par la suspension et s'y déposent.

314 - LES PROCESSUS DE DECOLMATAGE

Il faut distinguer le décolmatage *spontané* causé par l'écoulement normal de la suspension dans le lit colmaté et le décolmatage *provoqué* par l'opérateur qui change brutalement les conditions de l'écoulement.

- Décolmatage spontané : il peut se produire si des variations *locales* de pression ou de débit changent l'écoulement au voisinage de particules retenues ou si une particule mobile vient heurter une particule arrêtée.

- Décolmatage provoqué : il résulte "d'impulsions" ou de "chocs" c'est à dire de variations brutales de pression ou de débit dans *tout* le lit causées par l'opérateur ou encore de l'inversion du sens de l'écoulement.

Les processus de décolmatage spontané ou provoqué sont les mêmes mais le premier a lieu localement alors que le second se produit dans tout le lit.

315 - LOIS CINETIQUES GENERALES DE LA FILTRATION

3151 - Influence de la concentration de la suspension

Nous avons au paragraphe 121 formulé l'hypothèse que la probabilité de rétention k est indépendante de la concentration, c'est à dire que les particules en suspension n'ont aucune interaction les unes sur les autres ; cette hypothèse est admise par la plupart des auteurs et vérifiée par l'expérience ; elle apparaît d'autant plus raisonnable que les suspensions utilisées sont toujours diluées (γ de l'ordre de 10^{-3}).

3152 - Importance relative des forces d'inertie et de pesanteur

Dans un empilement de grains de diamètre d_g , le rayon de courbure des trajectoires est de l'ordre de $d_g/2$ et la force d'inertie centrifuge qui éloigne les particules des lignes de courant est de l'ordre de :

$$\frac{\pi d^3}{3} (\rho_s - \rho_l) \frac{u^2}{d_g} \quad (88)$$

où u est la vitesse interstitielle moyenne du fluide qui vaut u_m/ϵ .

La pesanteur soumet les particules à une force égale à :

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho_l) g \quad (89)$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

Le rapport des intensités des forces d'inertie et de pesanteur sera donc :

$$\frac{2}{g d_g} \left(\frac{u_m}{\epsilon} \right)^2 \quad (90)$$

Nous avons tracé en coordonnées logarithmiques la relation entre d_g et u_m pour $\epsilon=0,40$ et plusieurs valeurs de ce rapport (fig. 56).

La filtration dans la masse est habituellement opérée avec des débits de l'ordre de 0,1 cm/s et des grains de taille proche de 500 à 1000 μ et donc les forces d'inertie sont négligeables devant la force de la pesanteur, ce qui est souvent admis [11,12,20,32,37,45].

3153 - Importance relative de la sédimentation par rapport à l'écoulement d'ensemble

Les particules soumises à la pesanteur se déplacent par rap-

port au fluide porteur à la vitesse de sédimentation v_s qu'on calcule en égalant la force de pesanteur et la résistance du fluide (Loi de Stokes) ; d'où :

$$v_s = \frac{d^2}{18\eta} (\rho_s - \rho_\ell) g \quad (91)$$

Pour comparer la vitesse de sédimentation à la vitesse interstitielle moyenne du fluide u , nous avons calculé le débit minimal en fût vide u_m tel que $v_s/u \leq 0,01$ pour différentes valeurs de $\rho_s - \rho_\ell$ et de d dans le cas de l'eau ($\eta = 10^{-2}$ poise) pour $\varepsilon = 0,40$ (voir tableau 17).

$\begin{array}{c} d \\ \rho_s - \rho_\ell \\ g/cm^3 \end{array}$ en μ	1	10	50	100
0,5	0,0011	0,11	2,72	10,9
2	0,0044	0,44	10,9	43,6
5	0,011	1,09	27,2	109

TABLEAU 17 : vitesse minimale u_m (en cm/s)
telle que $v_s/u \leq 0,01$ ($\varepsilon = 0,40$,
 $\eta = 0,01$ poise)

Dans les conditions usuelles de filtration, la sédimentation n'est négligeable que pour les petites particules de taille inférieure ou égale au micron et ce, quelle que soit leur densité. Pour les particules de taille supérieure à 10μ la sédimentation interviendra toujours à moins que $\rho_s - \rho_\ell$ soit faible et la viscosité élevée.

Signalons que HALL [11] formule l'influence de la sédimentation sur λ_o par :

$$\lambda_o \sim \frac{1}{d} \frac{v_s}{u_m}$$

le signe $\sim$ voulant dire proportionnel à.

3154 - Importance relative du mouvement Brownien par rapport à l'écoulement d'ensemble

Dans le mouvement Brownien diffusif, caractérisé par une diffusivité D , la valeur quadratique moyenne $\bar{x}^2$ du déplacement d'une particule pendant un intervalle de temps Δt est donnée par la loi classique :

$$\bar{x}^2 = 2D \Delta t \quad (92)$$

Imaginons que cet intervalle de temps soit égal au temps de séjour d'une particule dans une couche élémentaire de lit d'épaisseur

égale au diamètre des grains ; alors pendant Δt , la particule entraînée par l'écoulement d'ensemble aura parcouru une longueur :

$$d_g = u \Delta t$$

Formons le rapport $\bar{x}/d_g$ qui caractérise l'importance de la diffusion par rapport à l'écoulement d'ensemble :

$$\frac{\bar{x}}{d_g} = \frac{\sqrt{2D\Delta t}}{u\Delta t} = \sqrt{\frac{2D}{ud_g}} \quad (93)$$

On notera que $D/(ud_g)$ est l'inverse d'un nombre de Peclet.

Calculons un ordre de grandeur de ce rapport en déduisant D de la relation de Stokes-Einstein :

$$D = \frac{k_B h_B}{3\pi\eta d_g} \quad (94)$$

h_B est la constante de Boltzmann
 k_B la température absolue

$$D'où : \frac{\bar{x}}{d_g} = \sqrt{\frac{2 k_B \epsilon h_B}{3\pi\eta d_g}} \quad (95)$$

Nous avons tracé en coordonnées logarithmiques la relation entre d et u_m pour plusieurs valeurs de ce rapport avec $\epsilon=0,40$, $\eta=0,01$ poise, $d_g=0,1$ cm à 20°C (fig. 57).

Le mouvement Brownien a donc toujours une importance relative très petite vis à vis de l'écoulement d'ensemble et on peut le négliger dans les conditions normales de filtration des liquides. En revanche, il n'en est pas de même pour la filtration des aérosols où la diffusion peut être le mécanisme principal : alors on montre que l'efficacité est proportionnelle à :

$$\left(\frac{D}{u_m d_g}\right)^{2/3} [48], \text{ soit avec nos notations :}$$

$$k_o \sim \frac{1}{d_g} \left(\frac{D}{u_m d_g}\right)^{2/3} \sim \frac{1}{d_g^{5/3} (u_m d_g)^{2/3}}$$

REMARQUE : Dans les trois précédents paragraphes, on a supposé que la vitesse interstitielle du fluide était la même partout dans le milieu poreux et égale à la valeur moyenne $u = u_m/\epsilon$. Or, dans un milieu si complexe qu'un lit granulaire, il est évident qu'il existe des zones où la vitesse est plus grande que la valeur moyenne et des zones où elle est plus petite. En outre, la vitesse du fluide diminue à la proximité des grains à cause de la distribution laminaire des vitesses. Par conséquent, il est probable que les précédentes conclusions ne sont pas valables partout dans le lit ; mais comme on ne dispose pas d'informations plus précises, les comparaisons ne peuvent être faites qu'avec les valeurs moyennes.

Même si les particules ont la même masse volumique que le fluide, elles rencontrent le massif filtrant lorsque les lignes de courant, qu'elles suivent, s'approchent à une distance inférieure ou égale à $d/2$ de la paroi des grains ; ce processus arrive dans les rétrécissements ou les franchissements d'obstacle (fig. 58). Les particules ainsi mises en contact avec le massif filtrant se déposeront s'il existe des sites de rétention disponibles.

STEIN [46] a montré que dans les rétrécissements la fraction des particules en suspension qui touchent la paroi est proportionnelle à $(d/r_c)^2$ en supposant un profil parabolique des vitesses (r_c est le rayon du rétrécissement) ; or r_c est lié à d_g et il déduit que :

$$\lambda_o \sim \frac{1}{d_g} \left(\frac{d}{d_g} \right)^2$$

Il arrive d'ailleurs à la même expression pour le contournement d'une sphère de diamètre d_g .

Dans la théorie de la filtration des aérosols, l'interception directe des particules par les fibres cylindriques est aussi un mécanisme important et se traduit par une relation analogue [48] :

$$\lambda_o \sim \frac{1}{d_g} \left(\frac{d}{d_g} \right)^2$$

si le diamètre des fibres est noté d_g .

Remarquons cependant que l'hypothèse de STEIN (profil parabolique des vitesses) n'est sans doute pas très valable car les pores des lits granulaires sont courts par rapport à leur diamètre. En faisant l'hypothèse d'un profil plat, nous arriverions à :

$$\lambda_o \sim \frac{1}{d_g} \left(\frac{d}{d_g} \right)$$

• Coinçage dans les rétreints

Considérons le passage le plus étroit d'un milieu poreux : il s'agit d'un rétreint triangulaire formé par trois grains sphériques tangents entre eux (fig. 59). On peut concevoir plusieurs manières de le bloquer :

- avec 1 seule particule : il faut que la particule ait un diamètre tel que $d/d_g > 0,154$;

- avec 3 particules : la limite est alors $d/d_g = 0,101$;

- avec 4 particules : deux cas sont possibles : si la quatrième particule se place au milieu des trois autres, la limite est 0,082 ; si elle vient se placer entre deux particules et un grain, la limite n'est

plus que 0,077 mais le rétreint est cependant bloqué car aucune autre particule ne peut le franchir alors.

Le blocage d'un rétreint par plusieurs particules n'est pas forcément le résultat de l'arrivée *simultanée* des particules mais peut se produire par les arrêts *successifs* de particules dans chacune des crevas-
ses. Une fois le rétreint bloqué, toute particule amenée par le fluide y est retenue et la caverne ainsi formée se comble progressivement.

Si d/d_g est inférieur à 0,077, il paraît peu vraisemblable que les rétreints puissent être bloqués mais les particules peuvent toujours se coincer dans les crevasses.

. Coinçage dans les crevasses

Considérons l'espace compris entre deux grains tangents (fig. 60) ; théoriquement, quel que soit son diamètre, une particule peut occuper un site de crevasse mais pour qu'elle reste coincée dans un tel site, il faut qu'elle y soit amenée avec une énergie cinétique suffisante.

Calculons la rétention lorsque les particules occupent tous les sites de crevasse disponibles de la première rangée ; on montre qu'alors :

$$\sigma = \frac{1-\varepsilon_0}{2} \pi C \left(\frac{d}{d_g}\right)^2 \sqrt{\left(1 + \frac{d}{d_g}\right)^2 - 1} \quad (96)$$

où C désigne la coordinnance. Pour $\varepsilon_0 = 0,40$ et $C = 7$, σ prend les valeurs suivantes (tableau 18) :

d/d_g	0,02	0,05	0,08	0,10
σ	$5,3 \cdot 10^{-4}$	$0,53 \cdot 10^{-2}$	$1,72 \cdot 10^{-2}$	$3,02 \cdot 10^{-2}$

TABLEAU 18 : rétention σ lorsque les sites de crevasse sont occupés ($\varepsilon_0 = 0,40$, $C = 7$)

Il apparaît que les sites de crevasse sont importants dès que d/d_g dépasse 0,05.

HALL [11] a proposé l'expression suivante :

$$\lambda_0 \approx \frac{1}{d_g} \left(\frac{d}{d_g}\right)^{3/2}$$

lorsque les particules viennent occuper des sites de crevasse.

Conclusion

Pour tous les mécanismes qui sont concernés par l'interception directe, le paramètre important est le rapport d/d_g des tailles des particules et des grains alors que la vitesse du fluide ne joue aucun rôle : ceci est normal puisqu'il s'agit alors de processus purement géométriques et mécaniques.

3156 - Effets hydrodynamiques

Lorsque les particules rigides sont entraînées par un fluide dans un champ de vitesse non uniforme, elles se mettent à tourner sur elles-mêmes et acquièrent une vitesse relative par rapport au fluide et *ce, même si elles ont la même densité que le fluide*. Il en résulte une migration latérale des particules par effet Magnus. Ces effets hydrodynamiques n'apparaissent pas dans les équations de Stokes car le terme non linéaire d'inertie y est négligé et pourtant ils existent en écoulement laminaire même pour les liquides newtoniens : ils ont été mis en évidence dans des capillaires avec des nombres de Reynolds de tube aussi petits que 1 [22,40,43]. Ils sont très complexes, car la forme et l'orientation des particules interviennent, et partant mal connus. Les quelques études réalisées dans des conditions "idéales" (particules sphériques, tube cylindrique) ont fourni les indications suivantes :

- en l'absence de sédimentation ($\rho_s = \rho_l$), les particules se rassemblent dans un espace annulaire situé aux $2/3$ du rayon à partir de l'axe du tube [22,43].

- Si particules et fluide n'ont pas la même densité, les particules migrent vers le *centre* du tube si leur vitesse de sédimentation est opposée à celle du fluide (particules lourdes en écoulement ascendant) et vers la *paroi* du tube si la vitesse de sédimentation a le même sens que l'écoulement (particules lourdes en écoulement descendant) [22,40].

- La vitesse de migration latérale des particules serait proportionnelle à la vitesse du fluide élevée à une puissance comprise entre 0,5 et 1 et au rapport de la taille des particules et du tube élevé à une puissance comprise entre 2 et 4. Dans le cas où les particules sédimenteraient la vitesse de migration serait proportionnelle à $\sqrt{v_s}$ ou v_s et l'effet serait beaucoup plus important qu'en l'absence de sédimentation [22,40,43].

Ces résultats ne sont bien sûr pas transposables directement à l'écoulement d'une suspension dans un milieu poreux mais fournissent d'intéressants renseignements qualitatifs.

3157 - Forces d'adhésion

- Forces de VAN DER WAALS : dans le cas d'une particule et

d'un grain du lit poreux, on peut faire l'hypothèse de l'interaction entre une sphère et un plan et calculer les forces attractives de VAN DER WAALS par :

$$F_W = \frac{h_H d}{12\rho^2} \quad (97)$$

h_H est la constante d'Hamaker et ρ la distance particule-grain.

On ne connaît malheureusement qu'un ordre de grandeur de h_H : pour des particules en suspension dans l'eau h_H est de l'ordre de 10^{-13} erg. On admet généralement que la portée des forces moléculaires est voisine de $0,01 \mu$ et que l'expression (97) cesse d'être valable si ρ dépasse $0,05\mu$. Elles diminuent comme $1/\rho^2$ donc assez rapidement [19,25,28].

Afin de comparer les forces de VAN DER WAALS à la force de la pesanteur, déterminons la distance ρ à laquelle ces forces sont égales ; cette distance est telle que :

$$\rho^2 = \frac{h_H}{2(\rho_s - \rho_\ell) \Pi g d^2} \quad (98)$$

Le tableau 19 résume quelques valeurs de ρ en microns obtenues pour différents $\rho_s - \rho_\ell$ et d avec $h_H = 10^{-13}$ erg.

$\rho_s - \rho_\ell$ g/cm ³ \ d en μ	0,1	1	10	100
1	4,0	0,40	0,04	0,004
3	2,3	0,23	0,02	0,002
5	1,8	0,18	0,02	0,002

TABLEAU 19 : distance (en μ) à laquelle les forces de VAN DER WAALS sont égales à la force de la pesanteur

Indépendamment du fait que ρ soit supérieur à la limite de validité du calcul, ce tableau montre que pour les fines particules ($d \leq 1 \mu$) les forces de VAN DER WAALS dominent la force de pesanteur à proximité des grains ; en revanche, pour les grosses particules ($d \geq 10 \mu$) on peut négliger les forces moléculaires : ceci est dû au fait que la force de pesanteur varie comme d^3 et les forces moléculaires comme d .

Il est également intéressant de comparer l'énergie d'attraction moléculaire à l'énergie cinétique du mouvement Brownien : les particules ne viendront se coller sur les grains que si l'énergie d'agita-

tion thermique est inférieure à l'énergie d'attraction. Poursuivons l'analogie avec la théorie cinétique des gaz : l'énergie cinétique moyenne des particules est $\frac{3}{2} h_B \Theta$ alors que l'énergie d'attraction est $h_H / (12\rho)$. Le rapport de l'énergie d'attraction à l'énergie cinétique thermique sera $h_H d / (18\rho \Theta h_B)$ et prendra les valeurs données dans le tableau 20 pour différentes valeurs de d avec $h_H = 10^{-13}$ erg à 20°C lorsque ρ sera égal à $0,05 \mu$ (limite de validité du calcul), à $0,01 \mu$ (portée habituelle des forces d'attraction) et à $0,005 \mu$.

$d (\mu) \backslash r (\mu)$	0,01	0,1	1
0,005	0,28	2,8	28
0,01	0,14	1,4	14
0,05	0,03	0,28	2,8

TABLEAU 20 : rapport de l'énergie d'attraction moléculaire à l'énergie cinétique (20°C , $h_H = 10^{-13}$ erg)

Pour les particules de taille supérieure à $0,1 \mu$ l'énergie d'attraction moléculaire dominera donc l'énergie d'agitation thermique alors que pour les particules plus petites il n'en sera ainsi que très près de la surface des grains et en tout cas à une distance inférieure à la portée normale des forces de VAN DER WAALS.

Bien que leur portée soit réduite, certains auteurs ont bâti des modèles de filtration en supposant que les particules sont attirées vers les grains par les seules forces de VAN DER WAALS et se déplacent vers eux à la vitesse limite calculée d'après la loi de Stokes. La suspension sans cesse agitée par suite des sinuosités de l'écoulement amènerait toujours des particules à la portée de ces forces.

Selon HEERTJES et LERK [12] :

$$\lambda_o \sim \frac{(1-\epsilon_o)\epsilon_o h_H}{\eta_u d \frac{3}{g}}$$

Selon MACKRLE [28,29] :

$$\lambda_o \sim \frac{a_c}{\epsilon_o \text{Re} \xi}$$

a_c est la surface spécifique de couche, ξ une constante; d'après les données expérimentales :

$$\lambda_o \sim \frac{\eta^{1/2}}{d_g^2 u_m}$$

- Forces électrocinétiques - Double couche ionique

Tout solide plongé dans une solution d'électrolyte s'entoure d'une double couche ionique enrichie en ions de signe opposé à la charge électrique qu'il porte à sa surface. La seconde couche, appelée couche diffuse, devrait théoriquement être illimitée mais un plan de rupture apparaît entre la solution et le solvant lié à la particule et se déplaçant avec elle ; le potentiel électrique à la limite entre le solvant lié et la solution est appelé potentiel électrocinétique ζ et caractérise les interactions électrocinétiques de la particule. Ces interactions, qui vont survenir d'une part entre particules et d'autre part entre particules et lit filtrant, sont fonctions outre de la nature des particules, des caractéristiques physico-chimiques de la solution à savoir, le pH, la force ionique, la nature et la valence des ions [19,25] .

La force d'interaction entre une sphère et un plan est proportionnelle au diamètre de la sphère mais décroît exponentiellement avec la distance. Sa portée serait légèrement plus grande que celle des forces moléculaires sans excéder cependant 0,1 μ [19,25] .

Les forces électrocinétiques sont généralement répulsives car la majorité des corps plongés dans des solutions d'électrolytes ont un potentiel ζ négatif. Néanmoins, en changeant le pH ou la force ionique de la solution, on les réduit et même on peut les rendre attractives. Par conséquent, dans chaque cas, il faudra composer les forces de VAN DER WAALS et les forces électrocinétiques pour connaître l'effet total [19, 25]. On conçoit alors que les caractéristiques physico-chimiques de la suspension jouent un grand rôle dans la filtration des petites particules.

REMARQUE : Les forces d'adhésion, moléculaires ou électriques, ont des portées faibles en comparaison de la taille des grains ; elles ne peuvent donc pas attirer les particules du sein de la suspension à la paroi des grains mais agissent uniquement sur les particules situées très près de ceux-ci.

- Problème de la floculation à l'intérieur du lit filtrant

Puisque les effets de surface existent simultanément entre particules et lit filtrant et entre particules elles-mêmes, il se pourrait qu'à l'intérieur du lit elles floculent et forment des agglomérats qui auraient d'autres propriétés que les particules isolées.

SMITH [4] considère que seules les interactions entre particules et lit filtrant ont lieu en l'absence de coagulant ; en revanche,

si un coagulant est ajouté à la suspension, c'est la floculation des particules qui joue le principal rôle, les interactions particules-lit n'interviennent plus et il donne pour preuve l'augmentation observée du diamètre moyen des particules à la sortie du lit. De même GHOSH [10], BORCHARDT et O'MELIA [2] estiment que l'addition de certains ions provoque la formation d'agglomérats qui sédimenteront ou se coinceront entre les grains, à la différence des particules isolées. Néanmoins STANLEY [45] et STEIN [46] croient que la floculation ne peut avoir lieu à l'intérieur du lit filtrant à cause de la petite taille des particules, de leur faible concentration et de leur temps de séjour réduit. Toutefois CAMP [3] analysant les expériences d'ELIASSEN [7] pense qu'elle doit être un mécanisme important. Enfin, O'MELIA et CRAPPS [37], FOESS et BORCHARDT [8] trouvent leurs résultats mieux expliqués par les interactions particules-lit que par la floculation et il a été vérifié que le diamètre moyen des particules est le même à l'entrée et à la sortie du lit [8].

Pour clore cette discussion on peut remarquer que l'équation cinétique du colmatage est généralement trouvée du premier ordre, donc les interactions entre particules ne doivent pas jouer un grand rôle et la *floculation des particules peut être négligée*.

32 - CLASSIFICATION DES TYPES DE FILTRATION

En application de l'analyse détaillée des phénomènes faite aux paragraphes précédents, nous pouvons distinguer trois cas limites selon la taille des particules filtrées (tableau 21) :

- les grosses particules : ce sont les particules de taille supérieure à 30μ pour lesquelles les effets de volume l'emportent sur les phénomènes de surface.

- les petites particules : ce sont les particules de taille voisine de 1μ pour lesquelles les effets de surface l'emportent.

- les particules colloïdales : ce sont les particules de taille inférieure à $0,1 \mu$ pour lesquelles les lois de la physico-chimie des colloïdes prennent toute leur importance ; ce cas d'ailleurs est très rare dans la pratique car de telles particules sont d'abord floculées avant d'être filtrées et nous ne l'étudierons point plus avant.

- Pour les particules moyennes de taille comprise entre 3 et 30μ , les phénomènes de volume et de surface sont souvent du même ordre de grandeur ; ce cas est le plus usuel dans la pratique de la filtration dans la masse.

33 - ANALYSE DES TRAVAUX ANTERIEURS

Nous avons regroupé les travaux antérieurs selon cette clas-

Type de filtration	Taille des particules	Sites de rétention	Forces de rétention	Mécanisme de capture
Filtration mécanique	$\geq 30\mu$	Rétreints Crevasses Cavernes	Frottement Poussée du fluide	Sédimentation Interception directe Effets hydrodynamiques
Filtration physico-chimique	$\sim 1\mu$	Sites de surface	Forces de VAN DER WAALS Forces électrocinétiques	Interception directe
Filtration colloïdale	$< 0,1\mu$	Sites de surface	Forces de VAN DER WAALS Forces électrocinétiques Forces chimiques	Interception directe Diffusion

TABLEAU 21 : types de filtration dans la masse

sification ; nous donnons tableau 22 (placé en annexe après les figures) les conditions expérimentales des principales études réalisées.

331 - GROSSES PARTICULES ($d \geq 30 \mu$)

- Les sites de rétention : selon DELACHAMBRE [5] et SAKTHIVADIVEL [41], les particules suivent les lignes de courant mais sont bloquées dans les passages trop étroits (crevasses et rétreints) ; ces dépôts réduisent encore plus le passage libre et provoquent finalement l'obstruction complète et le remplissage des cavernes en amont. MAROUDAS [31,32] suppose que les particules se déposent par sédimentation au sommet des grains ou dans les parties horizontales des pores et elles rétrécissent ainsi, ou même bloquent, les canaux d'écoulement. Pour ces auteurs, le paramètre important est le rapport d/d_g : si $d/d_g > 0,15$, le lit filtrant se bloque irréversiblement et un gâteau de filtration se forme ; si $d/d_g < 0,065$, les rétentions restent faibles ; pour les valeurs intermédiaires, un blocage partiel du lit peut arriver cela dépend de ϵ_0 et de la forme des particules mais dans tous les cas, le lit finit par être saturé et ne plus retenir de particules.

- Evolution avec le colmatage

Selon SAKTHIVADIVEL [41], les particules retenues améliorent l'efficacité du lit qui est supposée croître linéairement avec σ ; cet effet est d'ailleurs faible et s'estompe quand d/d_g décroît de 0,11 à 0,07. MAROUDAS [31,33] admet l'existence d'une vitesse interstitielle limite u_M au-delà de laquelle aucune particule ne peut se déposer ; à débit constant, la vitesse interstitielle augmente avec σ et donc l'efficacité diminue ; sa relation :

$$\lambda \sim \frac{1}{u} - \frac{1}{u_M}$$

peut en fait s'écrire sous une forme linéaire $\lambda = \lambda_0(1 - b_1 \sigma)$ où b_1 est une constante. DELACHAMBRE [5] considère aussi que la vitesse de colmatage décroît linéairement avec la rétention car il la suppose proportionnelle à la fraction de volume non colmatée. Enfin, les travaux de LECLERC [26] ont montré également que la probabilité de rétention diminue dès le début du colmatage.

332 - PETITES PARTICULES (d voisin de 1μ)

- Les sites de rétention : la plupart des auteurs mentionnent l'importance de la surface spécifique du lit sur son efficacité et admettent que les particules arrêtées occupent des sites de surface [6,12,14,19,23].

- Les forces de rétention : la plupart des auteurs considèrent que seules les forces d'adhésion interviennent ; HEERTJES et LERK [12] négligent les forces électrocinétiques devant celles de VAN DER WAALS,

alors que dans d'autres conditions JORDEN [23] suppose le contraire. Pour IVES et GREGORY [19], EDWARDS et MONKE [6] il faut composer les forces de VAN DER WAALS toujours attractives aux forces électrocinétiques.

- Les mécanismes de capture : généralement sont négligées la sédimentation et, pour les particules de taille $\geq 1 \mu$, la diffusion. Selon IVES et SHOLJI [18], O'MELIA et STUMM [38] les particules rencontrent le massif filtrant par interception directe. Pour EDWARDS et MONKE [6], HEERT-JES et LERK [12] ce sont les forces de VAN DER WAALS qui causent la mise en contact des particules et des grains, malgré leur portée réduite.

- Evolution de l'efficacité avec la rétention

Selon IVES et SHOLJI [18] l'efficacité augmente au début du colmatage par suite de l'accroissement de la surface spécifique, puis diminue car le dépôt finit par détériorer les performances du lit ; ils ont proposé l'expression suivante :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + b_2 \sigma - \frac{b_2' \sigma^2}{\epsilon_0 - \sigma} \right)$$

où b_2 et b_2' sont des constantes.

Nous reviendrons plus loin sur cette relation.

Pour d'autres auteurs [12,47], cette période initiale n'existe pas et l'efficacité décroît linéairement avec la rétention σ .

333 - PARTICULES MOYENNES ($3\mu < d < 30\mu$)

- Les sites : généralement les auteurs considèrent que les particules occupent des sites de surface mais quelques-uns pensent qu'elles peuvent se coïncider entre les grains dans les crevasses et les rétreints [1,3,11,24]. Selon GHOSH [10] et LING [27], il y aurait dépôt soit à la surface des grains soit dans les crevasses et les endroits abrités où la vitesse interstitielle est petite.

- Les forces de rétention : les auteurs qui supposent le dépôt à la surface des grains estiment que les forces d'adhésion jouent le principal rôle. Pour MINTZ-KRISHTUL [34] et MACKRLE [28] seules les forces de VAN DER WAALS interviennent ; pour d'autres auteurs [8,37,45] il faut composer ces dernières aux forces électrocinétiques. Enfin, SANFORD et GATES [42] pensent que les effets de surface sont négligeables dès que d dépasse 10μ .

- Mécanismes de capture

. Pour certains [9,28,37,44,46] la sédimentation est négligeable ; pour d'autres [3,11,16,20,24,42] elle est un mécanisme probable.

ISON et IVES [15] rapportent des expériences qui montrent son importance.

. L'interception directe est citée par quelques auteurs [11,15,20,28,46]

. Selon MACKRLE [28,29] ce sont les forces de VAN DER WAALS qui suffisent à expliquer la capture des particules et ce, malgré leur faible portée.

En plus des expressions de λ_o déjà citées (§ 315), en voici quelques autres :

MINTZ et KRISHTUL [34] trouvent la vitesse de colmatage proportionnelle à $u_m^{0,3} d_g^{-1,7}$ à l'instant initial.

IVES [35] suppose l'efficacité dépendante de la surface spécifique, de la vitesse interstitielle, de la viscosité et de la tortuosité des pores ; il écrit :

$$\lambda_o \sim \frac{1}{u_m n d_g^{1-3}}$$

l'exposant de d_g varierait entre 1 et 3 selon les conditions expérimentales.

ISON et IVES [15] trouvent que pour un rapport v_s/u_m et un nombre de Reynolds donnés l'efficacité du lit décroît quand le diamètre des particules augmente selon l'expression :

$$\lambda_o \sim \left(\frac{d}{d_g}\right)^{-2,3}$$

Ceci est supposé être dû aux effets hydrodynamiques qui selon ces auteurs joueraient un grand rôle dans la capture des particules. Expérimentalement ils ont observé que :

$$\lambda_o \sim \frac{1}{d_g} \left(\frac{d}{d_g}\right)^{-2,3} \left(\frac{v_s}{u_m}\right)^{1,3} Re^{-2,7}$$

Soit encore :

$$\lambda_o \sim \frac{n^{1,4} d^{0,3}}{d_g^{1,4} u_m^4}$$

YAO [49] a étudié théoriquement le transport des particules en suspension vers les grains. Selon lui l'interception directe et la sédimentation joueraient le rôle principal pour les particules de taille supérieure à 5μ : alors, l'intensité du transport serait proportionnelle à d^2 . Pour les particules plus petites que 1μ , seule la diffusion interviendrait et l'intensité du transport varierait comme $d^{-2/3}$. Pour les particules intermédiaires ($d \sim 2 \mu$) elle atteindrait un minimum ; YAO a observé expérimentalement l'existence d'un tel minimum.

IWASAKI [21] a trouvé λ_0 proportionnel à $d_g^{-1} u_m^{-0,3}$ mais IVES et SCHOLJI [18] analysant les mêmes résultats expérimentaux trouvent λ_0 proportionnel à $u_m^{-1} d_g^{-1}$.

- Evolution de l'efficacite du lit avec la rétention

L'existence d'une période initiale où l'efficacité du lit augmente est souvent notée : pour les uns [1,10,21,24] elle serait due à un rétrécissement des pores qui favorise le blocage d'autres particules, pour les autres [16,20,27,46] à l'augmentation de surface spécifique.

Cet effet initial est souvent traduit par une variation linéaire de λ [16,20,21,39,46] : $\lambda = \lambda_0 (1+b'\sigma)$ où b' est une constante.

IWASAKI [21] ne pose pas de limite à cette période mais les autres auteurs estiment que la vitesse interstitielle augmente avec le dépôt et finit par empêcher les particules de se déposer : l'efficacité passe par un maximum.

Pour cette dernière phase du colmatage STEIN [46] propose l'expression suivante :

$$\lambda = \lambda_b \left[\frac{1-b_3\sigma}{1-b_3\sigma_b} \right]$$

où σ_b est la valeur de σ lorsque λ atteint son maximum λ_b et b_3 une constante.

IVES [16] considère qu'il y a à la fois augmentation de vitesse interstitielle et diminution de la tortuosité et de la surface spécifique, d'où l'expression :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + b_2\sigma - \frac{b'_2\sigma^2}{\epsilon_0 - \sigma} \right)$$

qu'il a généralisée un peu plus tard [20] en :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{b''\sigma}{\epsilon_0} \right)^{\xi_2} \left(1 - \frac{\beta\sigma}{\epsilon_0} \right)^{\xi_3} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_M} \right)$$

où b'' , ξ_2 et ξ_3 sont des constantes.

ORNATSKII, SERGEEV et SHEKHTMAN [39] estiment qu'il y a peu de différence à tenir compte ou non de cette période initiale et IVES [17] a montré qu'on pouvait effectivement la négliger. Selon les premiers, les variations de λ avec la rétention sont dues à l'augmentation de la vitesse interstitielle et bien décrites par les relations suivantes :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{ou} \quad \lambda = \lambda_0 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2$$

Pour IVES [17], il suffirait d'écrire :

$$\lambda = \lambda_0 (1 - b_4 \sigma^2)$$

où b_4 est une constante.

MACKRLE [28] a d'abord estimé que la période initiale où l'efficacité augmente n'existait pas : la diminution de porosité et de surface spécifique devait réduire l'efficacité et il écrivait :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{\beta\sigma}{\epsilon_0}\right)^{1,2}$$

Récemment [30] il en tient compte et suggère l'expression suivante :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + 7,5 \frac{\beta\sigma}{\epsilon_0}\right) \left(1 - \frac{\beta\sigma}{\epsilon_0}\right)^2$$

également fondée sur les variations de surface spécifique et de porosité.

MINTZ [34,35,36] considère que l'accumulation de particules augmente la vitesse interstitielle et les forces hydrodynamiques ; ces forces deviennent assez intenses pour provoquer le ré-entraînement des particules arrêtées : colmatage et décolmatage sont simultanés ; l'efficacité du lit est maximale au début du colmatage puis décroît sans cesse.

- Relations empiriques

Quelques auteurs proposent des relations empiriques mais elles sont souvent établies pour des grandeurs assez mal définies.

STANLEY [45] a exprimé en fonction de d_g et u_m la "pénétration" c'est à dire l'épaisseur jusqu'à laquelle des particules sont arrêtées : elle serait proportionnelle à $d_g^{2,56} u_m^{1,56}$.

BAYLIS [1] et LING [27] proposent des relations analogues pour exprimer le temps au bout duquel la chute de pression à travers le lit atteint une certaine valeur : il serait proportionnel à $d_g^{2,15} u_m^{-1,50}$ selon BAYLIS et à $d_g^{2,32} u_m^{-1,48}$ selon LING.

HSIUNG et CLEASBY [13] proposent une approche nouvelle du problème : en analysant les résultats expérimentaux d'ELIASSEN [7] et de LING [27], ils remarquent que la forme des courbes $(\partial y / \partial z) / y_i$ en fonction de z à t donné est analogue à celle des courbes qui représentent la loi du χ^2 souvent utilisée en statistique. En utilisant cette analogie, ils réussissent à grouper leurs résultats en deux courbes. Pour une épaisseur et un "débit de fuite" y_f / y_i donnés, le diamètre des grains et le débit sont liés par $u_m d_g^{2,1} = c t^{\frac{1}{2}}$. En outre, la différence entre les chutes de pression au début et à la fin de la filtration serait proportionnelle à $u_m^{1,5} y_i^{1,4} z^{0,5} d_g^{-1,9} t$, résultat similaire à ceux déjà mentionnés.

334 - COMPARAISON DE QUELQUES VALEURS EXPERIMENTALES DE λ_0

Si nous comparons différentes valeurs de λ_0 obtenues au cours d'essais réalisés avec des particules de taille comprise entre 1 et 1000μ et des grains de dimension variant entre 200 et 12500μ (tableau 23 placé

en annexe), nous remarquons qu'elles sont échelonnées entre 2 et $0,002 \text{ cm}^{-1}$ et surtout entre $0,5$ et $0,005 \text{ cm}^{-1}$ c'est à dire dans un intervalle de 2 puissances de 10 : malgré la diversité des processus possibles, l'efficacité d'un lit filtrant ne varie pas beaucoup avec les paramètres expérimentaux.

Cependant il faut noter que l'efficacité du lit est sensible à la nature des corps en présence, particulièrement lorsque les effets de surface interviennent : dans les mêmes conditions (grains, particules, débit), IVES et GREGORY [19] ont montré que λ_0 pouvait varier dans le rapport de 1 à 3 selon les ions en solution.

335 - DECOLMATAGE

3351 - Grosses particules ($d \geq 30 \mu$)

Nos expériences de décolmatage avec les particules de Lycopode sont confirmées par celles réalisées par d'autres auteurs : MAROUDAS [31] et SAKTHIVADIVEL [41] ont montré que l'écoulement de liquide propre au même débit que la suspension ne provoque aucun décolmatage dans le lit colmaté ; SAKTHIVADIVEL a en outre observé que l'augmentation du débit de liquide propre dans un rapport de 1 à 4 ne provoque pas de ré-entraînement alors que l'inversion du sens de l'écoulement cause un décolmatage non négligeable. Cependant, DELACHAMBRE [5] a montré qu'on pouvait atteindre un équilibre entre colmatage et décolmatage en régime transitoire et turbulent ; mais cette étude n'est guère comparable aux opérations usuelles de filtration.

3352 - Petites et moyennes particules ($d < 30 \mu$)

Pour ces particules nos expériences sont aussi confirmées par celles des autres auteurs. MACKRLE [28], MINTZ, PASKUTSKAYA et CHERNOVA [36] ont vérifié que l'écoulement de liquide propre à même débit que la suspension ne cause aucun décolmatage. STANLEY [45] note que des particules radio-actives d'hydroxyde ferrique arrêtées au début de la filtration restent à leur place pendant toute l'opération. Néanmoins, MINTZ, PASKUTSKAYA et CHERNOVA [36] croient au décolmatage spontané et rapportent les expériences suivantes : des suspensions d'hydroxyde de fer ou d'argile coagulée par du sulfate d'aluminium sont filtrées à débit constant ($u_m = 0,23 \text{ cm/s}$) dans des lits de sable ($d_g = 1500 \mu$) ; on note à la sortie du lit la présence de flocons. On arrête la filtration au bout de 2 heures alors que la chute de pression est environ 25 fois plus grande qu'à l'instant initial et on alimente le lit filtrant avec du liquide propre à même débit : aucune particule ne sort du lit donc aucun décolmatage n'a eu lieu ; cependant, si on augmente le débit (environ 30 %), on note un décolmatage et chaque accroissement de débit provoque le ré-entraînement de certaines particules retenues dans le lit. Ils en déduisent que les particules arrêtées dans le lit forment un dépôt de cohésion variable et que chaque accroissement de vitesse interstitielle s'accompa-

gne du ré-entraînement des particules les moins bien fixées ; en particulier, le colmatage provoque une diminution de porosité donc une augmentation de vitesse interstitielle et selon eux ceci suffirait pour causer le décolmatage spontané : colmatage et décolmatage seraient simultanés. En examinant sous microscope le colmatage de lits poreux, STEIN [46] a effectivement observé le ré-entraînement des particules les moins bien fixées lors des accroissements de vitesse interstitielle. HUNTER et ALEXANDER [14] ont eux aussi noté un certain décolmatage quand le débit est augmenté dans le rapport de 1 à 2. D'autres auteurs [1,24,27] estiment possible le décolmatage spontané dès que la vitesse interstitielle dépasse une certaine limite. IVES [35] au contraire considère que les particules arrêtées dans le lit malgré les forces hydrodynamiques ne peuvent pas être remises en suspension par ces mêmes forces.

Toutes ces expériences, et les nôtres en particulier, montrent donc que le décolmatage n'a lieu que lors des augmentations notables de vitesse interstitielle. Le décolmatage spontané se produira au cours de filtrations usuelles si de telles variations ont lieu dans le lit. Or, il semble peu probable qu'il puisse en être ainsi au début du colmatage : en effet, l'écoulement est encore à peine perturbé par les particules arrêtées, donc le décolmatage spontané est improbable. Cependant, lorsque le lit est presque saturé, donc lorsque la vitesse interstitielle s'est considérablement accrue le décolmatage spontané pourra se produire. Habituellement, la filtration est arrêtée bien avant la saturation du lit, sinon la chute de pression serait trop élevée et la concentration du filtrat trop importante, et il est raisonnable de supposer que le décolmatage spontané ne se produit pas au cours des filtrations usuelles.

34 - ANALYSE DE NOS RESULTATS EXPERIMENTAUX

341 - CLASSIFICATION

Si nous nous en tenons à la classification des types de filtration exposés ci-dessus (§ 32), nos expériences de colmatage comprennent :

- 1'étude de la filtration mécanique avec les particules de Lycopode ;
- 1'étude de la filtration physico-chimique avec les particules d'alumine.

Nos essais avec les micro-billes de verre et les particules de silice se placeront entre ces deux types de filtration ; d'après le diamètre moyen des particules, il apparaît raisonnable de supposer que la filtration des micro-billes s'apparentera davantage à celle des particules de Lycopode qu'à celle des particules d'alumine et que ce sera le contraire pour les particules de silice ; d'ailleurs, nos expériences décrites dans le chapitre précédent ont montré que la séparation entre

les deux types de filtration se plaçaient bien entre les micro-billes et les particules de silice (par exemple pour le décolmatage par inversion du sens de l'écoulement et pour les valeurs de k). Nous analyserons donc d'abord la filtration des "grosses" particules (Lycopode et micro-billes), c'est à dire la filtration mécanique, puis celle des "petites" particules (alumine et silice) c'est à dire la filtration physico-chimique.

342 - GRANULOMETRIE DU MILIEU POREUX

Le principal résultat de l'étude de la filtration des grosses particules a été la grande sensibilité de la probabilité de rétention au diamètre des particules : en passant du lot 1 de Lycopode au lot 2, on constate une diminution de k dans le rapport de 1 à 2 pour u_m , z et σ donnés, alors que le diamètre moyen des particules passe de $32,2 \mu$ à $31,2 \mu$ soit un écart de 3 % seulement. Or les billes de verre utilisées ont un diamètre compris entre 419 et 550μ et il n'est pas absurde de penser que la granulométrie du lit varie avec l'épaisseur à cause des lavages successifs du lit entre les essais de filtration ; en effet, pour chasser les particules retenues entre les grains nous expansons et fluidisons le lit, ce qui amène nécessairement la migration des grains les plus fins vers le sommet du lit. Nous avons effectivement vérifié que la granulométrie n'est pas la même dans le haut et dans le bas du lit (annexe 3). C'est cette différence de granulométrie qui est responsable des variations de k avec l'épaisseur à σ donné : en effet, nous avons montré au § 2525 que le colmatage se déroule de façon semblable dans la majeure partie du lit avec les particules de Lycopode du lot 1 et dans le haut du lit avec celles du lot 2 ; or, dans les deux cas, le rapport d/d_g est identique (annexe 3), donc le colmatage ne dépend que de ce rapport d/d_g ; si k varie avec l'épaisseur à σ donné, c'est la conséquence des différences de granulométrie dans le lit.

Par conséquent, nous ne pourrions pas nous limiter à des raisonnements simples fondés sur les seules valeurs moyennes des diamètres mais nous aurons à *tenir compte de la dispersion des diamètres des billes du lit et des particules* : les lots de billes et de particules, qui paraissaient a priori assez peu dispersés, le sont beaucoup trop à cause de la grande sensibilité de k aux variations de d et de d_g .

343 - ETUDE MICROSCOPIQUE DE LA FILTRATION DES GROSSES PARTICULES

Les courbes $k(\sigma)$ obtenues avec les particules de Lycopode du lot 2 et les micro-billes se divisent en deux parties distinctes (fig. 32 et 36) dont la première (faibles rétentions) se caractérise par une décroissance rapide ; de même pour les particules du lot 1, les courbes $k(\sigma)$ sont fortement décroissantes aux petites rétentions (fig. 22). Il semblerait donc que dans les 3 cas il s'agisse du même processus. Analysons d'abord ce premier stade du colmatage.

3431 - Colmatage des sites de crevasse

Cette première phase est le colmatage des sites de crevasse. En effet, les sites de rétention possibles sont les sites de crevasse, de rétreint et de caverne ; or il est évident d'après les valeurs de d/d_g (annexe 3) que les sites de rétreint ne peuvent être occupés que si des particules sont déjà arrêtées dans les crevasses (cf. figure 59) ; de plus, dans un milieu constitué de billes sphériques de dimension comparable, les seuls sites de caverne possibles sont ceux qui résulteraient de l'obstruction de rétreints triangulaires : *le colmatage ne peut que débiter par le coingage des particules dans les sites de crevasse.*

- Rétention maximale dans les sites de crevasse

Pour les particules de Lycopode du lot 2 et les micro-billes, le colmatage des sites de crevasse cesse vraisemblablement quand la courbe $k(\sigma)$ change d'allure et comme la transition est nette, on obtient aisément la rétention σ_c correspondant à l'occupation de tous les sites de crevasse pouvant être effectivement occupés : pour le lot 2 $\sigma_c = 0,30.10^{-2}$ et pour les micro-billes $\sigma_c = 0,20.10^{-2}$ (voir fig. 32,36). Pour les particules du lot 1, la transition est moins nette mais on peut admettre raisonnablement que σ_c est voisin de $0,5.10^{-2}$ (voir fig. 25).

Nous avons calculé en annexe 4 la rétention lorsque tous les sites de crevasse de la première rangée sont occupés ; d'après les valeurs expérimentales de σ_c , nous constatons que *seule la moitié environ de ces sites est réellement occupée lorsque le colmatage des sites de crevasse est terminé.*

- Influence du débit de suspension

Il semble logique a priori de supposer la probabilité de rétention dans une couche élémentaire proportionnelle au temps de séjour des particules dans cette couche c'est à dire k proportionnel à u_m^{-1} . Expérimentalement on observe que n est inférieur à l'unité (tableau 16), ce qui signifie que la *vitesse des particules a un effet favorable sur le colmatage* : plus une particule progresse rapidement, plus elle a de chances de s'arrêter. Ce fait s'explique facilement : pour qu'une particule reste coincée entre deux grains, il faut qu'elle les heurte avec une énergie cinétique suffisante ; le contact d'une particule et de deux grains sera suivi de la fixation de la particule d'autant plus fréquemment que le débit de liquide sera plus élevé.

Ecrivons que k est proportionnel au temps de séjour et à l'énergie cinétique élevée à une certaine puissance *positive* x (pour exprimer que cette énergie a un effet favorable). Alors k est proportionnel à u_m^{2x-1} . L'expérience donne k proportionnel à u_m^{-n} d'où $n = 1-2x$. Pour le lot 1 de Lycopode $n = 0,5$ et $x = 0,25$, pour le lot 2 $n = 0,9$ et $x = 0,05$ et pour les micro-billes $n = 0,4$ soit $x = 0,3$. L'énergie cinétique a donc une influence certaine mais faible.

En réalité, le problème est plus complexe car il faut considérer les sites de crevasse dans le milieu poreux et non intrinsèquement. Si on examine l'écoulement du fluide dans un rétreint triangulaire (fig. 61) on est amené à penser que les particules ne peuvent pas venir se coincer dans les sites de crevasse par le seul fait de l'écoulement : en effet, si elles suivent les lignes de courant, elles n'iront pas toucher le milieu poreux avec une vitesse dirigée correctement pour engendrer le coinçage entre les grains. Il faut donc que les particules dévient des lignes de courant pour qu'elles viennent occuper des sites de crevasse. L'inertie, la sédimentation sont négligeables, donc c'est sans doute l'action des effets hydrodynamiques qui provoque l'arrêt des particules entre les grains. L'étude de ces phénomènes si complexes n'ayant été abordée que dans des tubes parfaitement cylindriques, il est impossible de définir *quantitativement* leur importance dans un milieu poreux. Cependant l'application directe des résultats mentionnés § 315 et obtenus pour les tubes cylindriques donnerait k proportionnel d'une part à d/d_g élevé à une puissance comprise entre 2 et 4 et d'autre part à u_m^{-n} , n étant compris entre 0 et 0,5 ; on retrouverait donc une loi de variation de k avec u_m analogue à celle observée expérimentalement.

Il reste à expliquer pourquoi le débit ne joue aucun rôle dans $F(\sigma)$. $F(\sigma)$ traduit l'influence des particules arrêtées sur la probabilité de rétention donc sur la géométrie du lit ; en particulier, $F(\sigma)$ tient compte du nombre de sites de rétention disponibles. Comme il s'agit ici de processus essentiellement géométriques et mécaniques, la vitesse n'intervient pas dans le nombre de sites disponibles puisque la nature de l'écoulement reste laminaire ; en revanche, si la nature de l'écoulement venait à changer, il est probable que le débit jouerait dans l'expression de $F(\sigma)$. Le fait que la moitié des sites occupables sur la première rangée le soit réellement provient sans doute de l'écoulement autour des sites de crevasses : certains sites seront effectivement atteints par des particules parce que les forces d'entraînement sont faibles à leur voisinage ou que les particules sont amenées par le fluide à leur proximité, d'autres sites ne seront pas occupés car les particules ne pourront y arriver. Il est difficile d'estimer théoriquement la proportion de sites occupés car une même crevasse formée par deux grains appartient à plusieurs rétreints, rétreints qui ne sont d'ailleurs pas forcément tous triangulaires et formés par des grains identiques.

La vitesse du fluide interviendra donc uniquement dans la facilité avec laquelle les particules atteindront les sites donc dans un facteur multiplicatif, c'est à dire dans k_0 .

- Influence du rapport d/d_g

Nous donnons en annexe 4 l'étude détaillée de l'influence du rapport d/d_g sur la probabilité de rétention. Rappelons-en ici les principales conclusions.

Si nous supposons k_0 proportionnel à $(d/d_g)^m$, la comparaison des valeurs de k_0 pour les deux lots de Lycopode et les micro-billes révèle que $m = 2,6$. Néanmoins, cette hypothèse est discutable car les coefficients de corrélation sont parfois médiocres et cette valeur $m = 2,6$, qui rend compte de l'ensemble des résultats, ne correspond guère à la variation de k_0 dans le rapport de 1 à 2 entre les deux lots de Lycopode, pour lesquels il faudrait plutôt que m soit voisin de 15. Cependant, nous ne pouvons préciser davantage l'influence de d/d_g sur k_0 par suite du petit nombre de rapports d/d_g étudiés.

Il n'en demeure pas moins que k_0 varie vite avec ce rapport et qu'en conséquence, la granulométrie des particules retenues dans les sites de crevasse ne sera pas celle du lot de particules initial.

Le rapport d/d_g intervient aussi dans la fonction de rétention $F(\sigma)$ par l'intermédiaire du nombre maximal de sites de crevasse occupables. Nous avons déjà traité cette question (voir ci-dessus et annexe 4).

- Etude de l'ordre de grandeur de k_0

Pour les particules de Lycopode k_0 est de l'ordre de $20 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ et pour les micro-billes de l'ordre de $10 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$; prenons pour simplifier $k_0 \neq 20 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$. Or, les billes de verre ont un diamètre de 500μ environ et par cm de lit il y en a donc à peu près 20 couches ; par conséquent, la probabilité de rétention dans une couche de grains est de l'ordre de 10^{-3} : *une particule sur 1000* seulement s'arrête pendant la traversée d'une couche de billes ; le colmatage des sites de crevasse est donc un mécanisme peu fréquent.

- Influence de la rétention sur k

Nous avons montré au § 2533 que les courbes $k(\sigma)$ à débit donné sont assimilables à des droites pour $\sigma < 0,2 \cdot 10^{-2}$ dans le cas des micro-billes. Pour les particules de Lycopode, ces courbes $k(\sigma)$ ne semblent pas non plus très éloignées de droites aux faibles rétentions ($\sigma < 0,20 \cdot 10^{-2}$) (fig. 22 et 32). Aussi paraît-il raisonnable d'écrire :

$$k = k_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_c} \right) \quad (99)$$

c'est à dire de supposer k proportionnel au nombre de sites encore libres. Cette expression doit être surtout valable aux faibles rétentions lorsque σ/σ_c est inférieur à $1/2$: en effet, le colmatage des crevasses est suivi d'un second stade qui peut débiter avant la fin du premier (§ 3432) et la probabilité de rétention n'est pas nulle lorsque $\sigma = \sigma_c$ contrairement à ce qu'indique l'expression (99) ; l'écart de la courbe $k(\sigma)$ avec la droite sera alors d'autant plus important que la valeur de k à $\sigma = \sigma_c$ sera plus élevée : c'est bien ce qu'on observe puisque $k(\sigma_c)$ augmente quand on passe des micro-billes au Lycopode lot 2 et lot 1. Pendant le

colmatage des crevasses seul, k décroît linéairement avec σ mais la superposition d'autres mécanismes masque cette variation lorsque σ s'approche de σ_c et tend à atténuer la décroissance de k avec σ .

3432 - Deuxième stade du colmatage : obstruction des rétreints

Le deuxième stade du colmatage ne se déroule pas de la même manière dans tous les cas : pour le Lycopode, k décroît avec la rétention (fig. 25 et 32) et pour les micro-billes k reste constant (fig. 36). Ce second stade se poursuit jusqu'à la saturation du lit, la rétention est alors la rétention maximale σ_M , environ 0,02 pour le lot 2 et 0,075 pour le lot 1 de Lycopode. Quant aux micro-billes, nous n'avons aucune indication sur σ_M puisque dans le domaine exploré k est constant. Pour le Lycopode σ_M est plusieurs fois supérieur à σ_c , donc les particules retenues occupent aussi d'autres sites que ceux des crevasses. Comme le rapport d/d_g peut dépasser la limite minimale 0,077 pour le blocage de rétreints triangulaires (annexe 3), c'est vraisemblablement ce qui a lieu après le colmatage des sites de crevasse : il suffit qu'une quatrième particule de taille suffisante s'arrête dans un rétreint triangulaire pour qu'aucune autre particule ne puisse le franchir (fig. 59). La caverne ainsi formée est progressivement remplie par les particules amenées par le fluide et ce, *quelle que soit leur taille* : si le blocage d'un rétreint nécessite des particules suffisamment grosses, le remplissage de la caverne en amont peut s'effectuer avec des particules de toute taille.

- Modèle de milieu poreux

Reprenons le modèle de milieu poreux proposé par DELACHAMBRE [5] : il consiste à assimiler le milieu poreux à une succession de feuillets pratiquement plans et formés chacun par une couche de billes. Chaque feuillet comprend des rétreints triangulaires, carrés et pentagonaux ; l'analyse statistique effectuée pour une porosité égale à celle de nos expériences a révélé que la proportion de chacun des types de rétreint est respectivement 75 %, 19,5 % et 5,5 %.

A chaque type de rétreint correspond une caverne en amont et une en aval ; il est facile de calculer le volume de chacun des types de caverne en la supposant limitée par les plans "verticaux" passant par les centres des sphères tangentes et les plans "horizontaux", l'un passant par les centres des sphères, l'autre par les sommets des sphères (fig. 62). Le tableau 27 donne le volume des cavernes ainsi que l'aire du rétreint correspondant, c'est à dire l'aire à l'endroit le plus resserré : pour ces calculs nous avons admis que les grains sont tous identiques. En supposant que la proportion des types de rétreint est invariable et que tous les grains ont le même diamètre moyen d_g , nous avons déterminé la fraction de volume poreux occupée par chacun des types de caverne (tableau 27).

Rétreint	Proportion en nombre	Aire	Volume de la caverne	Fracture du volume poreux
Triangulaire	75 %	$0,040 d_g^2$	$0,085 d_g^3$	47,0 %
Carré	19,5 %	$0,215 d_g^2$	$0,238 d_g^3$	34,1 %
Pentagonal	5,5 %	$0,543 d_g^2$	$0,467 d_g^3$	18,9 %

TABEAU 27 : rétreints et cavernes

La moitié du volume poreux total se présente donc sous forme de cavernes triangulaires. Si on admet que toutes les cavernes triangulaires sont comblées mais qu'aucune autre ne l'est et que la porosité de l'empilement des particules arrêtées est 0,5, la rétention sera 0,09 pour une porosité de lit ϵ_0 égale à 0,385. Cette rétention est semblable à la rétention maximale σ_M pour le lot 1 de Lycopode : pour ces particules 8 cavernes triangulaires sur 10 sont comblées. Pour les particules du lot 2 $\sigma_M \# 0,02$ (dans le bas du lit) donc 1 caverne sur 4 environ serait complètement obstruée. En fait, ceci est un peu trop schématisé : en effet, si un rétreint triangulaire est bloqué, seule la caverne en amont peut être remplie de particules, la caverne en aval restera libre ; mais il est possible que le blocage d'un rétreint provoque non seulement le remplissage de la caverne en amont mais aussi celui de cavernes adjacentes pas forcément triangulaires d'ailleurs ; de plus, la limitation géométrique des cavernes utilisée pour les calculs n'est pas forcément la réalité à l'échelle des particules. Il est donc difficile de déduire de la rétention le nombre de rétreints bloqués.

NOTE : Il est intéressant de calculer le nombre de particules pouvant être retenues dans une caverne triangulaire : en supposant toujours la porosité de l'empilement des particules retenues égale à 0,5 et en prenant les valeurs moyennes du rapport d/d_g , on trouve pour le lot 1 250 particules, pour le lot 2 292 particules et pour les micro-billes 1050.

- Calcul du nombre de rétreints triangulaires bloqués

Nous avons cherché à calculer le nombre de rétreints triangulaires pouvant être bloqués en examinant l'espace libre restant après l'occupation des trois sites de crevasse situés dans le plan du rétreint ; cette étude est rapportée en annexe 5 ; rappelons-en les principaux résultats :

. le blocage des rétreints se fait surtout par le coinçage d'une quatrième particule dans un site de seconde rangée commune à deux crevasses ;

. la valeur de m précédemment trouvée ($m = 2,6$) pour le colmatage des sites de crevasse ne convient pas pour le Lycopode alors que $m = 15$ donnerait des proportions de rétreints triangulaires bloqués plus conformes aux rétentions maximales observées ; cette valeur de m d'ailleurs correspond bien aux variations de k_0 avec d/d_g (§ 3431) ;

. l'obstruction de rétreints triangulaires par les micro-billes est peu fréquente dans le bas du lit.

- Influence du débit de suspension

Nous avons vu dans le second chapitre que l'influence du débit reste la même pendant tout le colmatage ; comment l'expliquer ? Comme le blocage des rétreints résulte du coinçage d'une particule entre deux particules déjà arrêtées, il s'agit d'un mécanisme analogue au colmatage des sites de crevasse et il est donc normal que le débit de suspension intervienne de la même manière dans les deux stades du colmatage.

- Influence du rapport d/d_g

Comme le nombre de rétreints triangulaires bloqués donc σ_M dépendent du rapport d/d_g , $F(\sigma)$ contiendra des termes en d/d_g . Nos données expérimentales ne permettent pas de définir l'expression de $F(\sigma)$ ni celle de σ_M en fonction de d/d_g : en effet, nous ne connaissons pas suffisamment bien la texture du milieu poreux pour déterminer le volume colmaté par rétreint obstrué et calculer avec précision le nombre de rétreints bloqués. En outre, il serait nécessaire de connaître le rôle de la forme des particules qui ne sont pas parfaitement sphériques et éventuellement celui des états de surface (présence ou absence d'aspérités).

Le rapport d/d_g intervient aussi dans un facteur multiplicatif pour tenir compte de la facilité de la capture des particules, comme pour le colmatage des sites de crevasse de la première rangée.

- Influence de la rétention

Exceptionons le cas des micro-billes qui sera étudié séparément. Pour les particules de Lycopode, k décroît linéairement avec la rétention :

. pour le lot 1, la courbe $k(\sigma)$ est pratiquement une droite pour $\sigma > 0,01$ (fig. 25)

. pour le lot 2, les points k en fonction de σ sont alignés (§ 2524) ;
 k est donc proportionnel au nombre de sites disponibles.

On écrira alors pour le colmatage des sites de caverne :

$$k = k_c \left(1 - \frac{\sigma - \sigma_c}{\sigma_M - \sigma_c} \right) \quad (100)$$

où k_c est la valeur de k lorsque le colmatage des sites de crevasse est terminé ($\sigma = \sigma_c$).

La transition parfois peu marquée entre les deux phases du colmatage s'explique facilement : lorsque d/d_g est assez grand, le blocage des rétreints les plus étroits peut commencer avant que tous les sites de crevasse ne soient occupés : alors, les deux mécanismes sont simultanés et on ne peut observer la décroissance linéaire de k avec σ ni pour la fin du colmatage des crevasses, ni pour le début du remplissage des cavernes, ce qui se produit avec les particules du lot 1 de Lycopode.

- Cas des micro-billes

Après le colmatage des crevasses, k reste constant et tout se passe comme si le nombre de sites de rétention disponibles était invariable. Or, la fraction des rétreints triangulaires bloqués est faible ; le colmatage se poursuit donc vraisemblablement par la formation d'une seconde et d'une troisième rangée de particules (fig. 65) dans les crevasses. Or ces deux rangées ne peuvent exister séparément que si le rapport d/d_g dépasse 0,09 ; si le rapport est inférieur à cette limite, les deux rangées seront enchevêtrées ; c'est ce qui arrive pour les micro-billes. Le colmatage se déroulera alors de la manière suivante (fig. 65) :

. une particule vient occuper un site de seconde rangée ; elle est coincée entre un grain et une particule de la première rangée ;

. un site de rétention apparaît alors entre ces deux particules et le second grain. S'il est occupé par une petite particule du lot, celle-ci sera coincée au niveau d'un cercle de plus grand diamètre ; s'il est occupé par une grosse particule du lot, celle-ci sera coincée au niveau d'un cercle de petit diamètre. Dans les deux cas, cette troisième particule sert d'initiateur en faisant apparaître un autre site de rétention sur la rangée opposée si c'est une grosse particule, sur la même rangée si c'est une petite particule.

. Les seconde et troisième rangées de sites de crevasse apparaissent donc simultanément et les particules les occupent en se coinçant les unes au milieu des autres.

Un tel mécanisme explique le nombre constant de sites disponibles et aussi le fait que le diamètre moyen des particules à la sortie du lit ne varie pas (fig. 41). Néanmoins, il est probable qu'on ne puisse pas atteindre des rétentions élevées car il n'y a ni blocage de rétreints ni remplissage de cavernes.

3433 - Vérification du modèle proposé pour le colmatage par les expériences de décolmatage

- Augmentation du débit à même sens d'écoulement

Lors des augmentations brutales du débit on a observé que les

particules sont d'autant plus ré-entraînées que leur taille est plus petite (§ 262) : ceci démontre que la structure du dépôt formé par les particules arrêtées est de moins en moins solide quand d diminue. Or le modèle de colmatage proposé explique ce fait : plus les particules sont grosses, plus elles sont sensibles aux effets hydrodynamiques donc plus elles sont coincées solidement entre les grains dans les sites de crevasse et plus les rétreints bloqués doivent l'être facilement et fermement. Comme la poussée du fluide maintient la cohésion du dépôt en appliquant les particules les unes sur les autres, les augmentations de débit sont sans effet. En revanche, avec des particules plus petites, telles les micro-billes, la structure du dépôt est résistante aux variations brutales de débit car les sites de crevasse de la seconde et de la troisième rangée ne sont pas très stables, les particules arrêtées étant toujours coincées entre un grain et d'autres particules arrêtées.

REMARQUE : Avec les particules de Lycopode, le décolmatage provoqué par des variations brutales de débit est toujours faible, voire inexistant : ceci confirme que $F(\sigma)$ ne contient pas u_m ; en effet, si aucun ré-entraînement n'a lieu lors des augmentations de débit, cela signifie que tous les sites de rétention occupés sont occupables quel que soit le débit : σ_M n'est donc pas fonction de u_m et $F(\sigma)$ ne contient pas u_m .

Avec les micro-billes d'importants ré-entraînements ont lieu, ce qui impliquerait que certains sites occupés à petit débit ne sont pas occupables aux débits plus élevés : σ_M dépendrait de u_m et $F(\sigma)$ aussi. Or dans le domaine exploré expérimentalement on a vérifié que $F(\sigma)$ ne contenait pas u_m : y aurait-il contradiction ? D'abord, il faut remarquer que les décolmatages sont dus surtout au "choc" et que certaines fois aucun ré-entraînement n'a eu lieu lors des augmentations de débit. Ensuite, les ré-entraînements n'ont jamais conduit à des rétentions inférieures à $0,20 \cdot 10^{-2}$, donc aucune des particules occupant un site de crevasse de première rangée n'a été remise en suspension : pour le colmatage des sites de crevasse, $F(\sigma)$ est bien indépendant de u_m . Pour les rétentions supérieures, la structure du dépôt est fragile et il se pourrait donc que la rétention maximale σ_M dépende de u_m . Comme nous ignorons σ_M , nous ne pouvons faire la vérification ; de plus, le domaine expérimental étudié est réduit et proche du premier stade du colmatage il n'est donc pas surprenant que $F(\sigma)$ ne contienne pas u_m .

- Inversion du sens de l'écoulement

Si on inverse le sens de l'écoulement, on constate un certain décolmatage (§ 263) même pour de très faibles débits. Ceci est également expliqué par notre modèle : le blocage des rétreints nécessite la poussée du liquide qui maintient les particules sur celles qui réduisent le passage ; si on inverse le sens de l'écoulement, donc la poussée du fluide, certains rétreints se débloquent et toutes les particules qui tenaient grâce à la poussée du fluide seront ré-entraînées : un décolmatage a donc lieu : les grosses particules qui résistaient aux fortes variations de

débit à même sens d'écoulement sont ré-entraînées par de faibles débits lorsque le sens de l'écoulement est inversé.

3434 - Conclusions sur la filtration des grosses particules

Le colmatage des grosses particules s'effectue en deux stades : d'abord le coinçage des particules dans les crevasses, puis l'obstruction de certains rétreints triangulaires et le remplissage des cavernes ainsi formées.

Le colmatage des sites de crevasse se déroule de la manière suivante :

- les particules dévient des lignes de courant par l'action des effets hydrodynamiques ;

- la moitié des sites disponibles sur la première rangée est effectivement occupée ;

- le débit de suspension intervient dans k_0 par une puissance inférieure à l'unité ;

- le rapport d/d_g joue un grand rôle, à la fois dans $F(\sigma)$ par l'intermédiaire du nombre de sites disponibles et dans k_0 qui varie très vite avec d/d_g ; avec nos données expérimentales nous ne pouvons affirmer que k_0 est proportionnel à $(d/d_g)^m$;

- la probabilité de rétention varie comme le nombre de sites occupables et libres.

Le second stade qui débute parfois avant que le premier ne soit entièrement achevé se caractérise par les traits suivants :

- le blocage de certains rétreints triangulaires a lieu non par la présence d'une particule centrale mais par celle d'une particule occupant un site de seconde rangée commune à deux crevasses : le mécanisme est donc analogue à celui du premier stade en ce qui concerne les effets hydrodynamiques et le débit.

- La rétention maximale est plusieurs fois supérieure à celle qui correspond au seul colmatage des crevasses et varie très vite avec le rapport d/d_g : pour les particules du lot 1, 3 cavernes triangulaires sur 4 sont comblées ($\sigma_M \neq 0,075$), pour le lot 2, 1 sur 4 seulement ($\sigma_M \neq 0,02$).

- La probabilité de rétention décroît aussi comme le nombre de sites libres donc linéairement avec σ et on peut écrire :

$$k = k_c \left(1 - \frac{\sigma - \sigma_c}{\sigma_M - \sigma_c} \right)$$

- Si les particules ont une taille telle que l'obstruction de rétreints est peu probable, le colmatage se poursuit par la formation d'une seconde et d'une troisième rangée de particules dans les crevasses et k reste pratiquement indépendant de la rétention.

Les particules de silice et d'alumine ayant des diamètres "d" de l'ordre du micron et le rapport d/d_g étant inférieur à 0,01, le mécanisme du colmatage est complètement différent de celui observé pour les plus grosses particules.

Comme nous l'avons montré plus haut (§ 31), les particules seront principalement localisées dans les sites de surface, liées aux grains par les forces d'adhésion (Van der Waals et électrostatiques) et le mécanisme de capture sera l'interception directe.

Montrons que nos résultats sont bien en accord avec cette interprétation :

. Nous avons observé que la probabilité de rétention est proportionnelle à u_m^{-1} , c'est à dire indépendante de l'énergie cinétique des particules : le coïncage dans les sites de crevasse n'intervient donc pas ici.

. Dans quelques essais annexes, nous avons ajouté à la suspension une très faible concentration d'un *tensio-actif* (Teepol) ; dans ces conditions, les rétentions σ sont réduites dans un rapport de 10 à 1 environ. Il est raisonnable de penser que la présence de ce tensio-actif agit essentiellement sur les particules liées à la surface par des forces d'adhésion et non sur d'éventuelles particules coincées dans des rétreints ou les crevasses.

. Nous avons observé que la probabilité de rétention initiale k_0 *décroît* quand on passe de l'alumine à la silice, c'est à dire *quand le diamètre des particules augmente* (contrairement à ce que l'on observe pour les grosses particules). En l'absence d'une théorie permettant d'interpréter ce sens de variation, il est toutefois certain que ceci est lié à l'intensité des forces d'adhésion beaucoup plus qu'à un facteur géométrique dépendant du rapport d/d_g .

. Les essais de *décolmatage* ont montré que pour les petites particules seule la vitesse absolue interstitielle intervient ; l'inversion du sens de l'écoulement ne joue pas. Ceci montre qu'à chaque débit correspond un état d'équilibre entre les forces d'adhésion des particules à la surface et la poussée du fluide. Plus le débit est grand, quel que soit son sens, plus grande est la poussée et donc plus le dépôt sera réduit.

35 - CONCLUSION : EXISTENCE DE DIFFERENTS TYPES DE FILTRATION

L'analyse des mécanismes élémentaires de la filtration a révélé l'existence de deux types de filtration :

La filtration mécanique pour les grosses particules de taille supérieure à $30\ \mu$; seuls les phénomènes de volume interviennent : le colmatage se déroule en deux stades, d'abord le coinçage des particules dans les sites de crevasse puis l'obstruction de certains rétreints et le remplissage des cavernes en amont. Pendant tout le colmatage, la probabilité de rétention est proportionnelle à u_m^{-n} (n est inférieur à 1) et décroît très rapidement avec le rapport d/d_g comme la rétention maximale σ_M . Pendant chacun des deux stades, k décroît linéairement avec σ mais la transition entre les deux stades est de moins en moins marquée quand d/d_g augmente. Le décolmatage provoqué ne se produit que par inversion du sens de l'écoulement.

La filtration physico-chimique pour les petites particules de taille voisine du micron ; seuls les effets de surface interviennent. Les particules arrêtées occupent des sites de surface. La probabilité de rétention est inversement proportionnelle au débit et diminue quand la taille des particules augmente ; selon les cas, elle diminue avec la rétention ou reste constante. Enfin, le décolmatage provoqué a lieu pour toute augmentation du débit.

Pour les particules moyennes, la probabilité de rétention passe par un *minimum* car les effets de surface et les phénomènes de volume sont peu importants.

CONCLUSION GENERALE

Au cours de ce travail sur la filtration dans la masse, nous avons développé les points suivants :

. Théorie macroscopique du colmatage des milieux poreux fondée sur une équation cinétique du premier ordre et application au calcul prévisionnel des lits filtrants industriels.

. Etude expérimentale de plusieurs cas de filtration qui ont tous montré que la forme de l'équation cinétique admise pour la théorie macroscopique est exacte.

. Théorie microscopique du colmatage et du décolmatage des milieux poreux : description des mécanismes élémentaires et interprétation des résultats expérimentaux. Deux types de filtration existent : la filtration mécanique pour les grosses particules de taille supérieure à 30μ et une filtration physico-chimique pour les petites particules de taille proche du micron.

Si nous n'avons pas pu décrire entièrement de façon très précise le colmatage des lits filtrants à l'échelle microscopique, nous avons néanmoins proposé une méthode de calcul des lits filtrants générale et simple et c'est ce qui est le plus important pour une telle opération unitaire où l'empirisme demeure encore bien souvent le seul recours des ingénieurs.

NOMENCLATURE

a_c	surface spécifique de couche
$b, b', b'', b_1, b_2, b_2', b_3, b_4$	constantes
d	diamètre des particules
d_g	diamètre des grains du lit
g	accélération de la pesanteur
h_B	constante de Boltzmann
h_H	constante de Hamaker
k	probabilité de rétention par unité d'épaisseur
k_c	valeur de k lorsque le colmatage des sites de crevasse est terminé ($\sigma = \sigma_c$)
k'	probabilité de rétention par unité de temps
k'_c	probabilité de capture par unité de temps
k'_r	probabilité de ré-entraînement par unité de temps
m	exposant dans k_0 proportionnel à $(d/d_g)^m$
m_1, m_2	constantes
n	exposant dans k_0 proportionnel à u_m^{-n}
q	exposant dans l'équation (15)
r	rayon d'une couche annulaire élémentaire (variable)
r_c	rayon du rétrécissement
t	temps (variable)
t_1, t_2	valeurs particulières de t
t_a	durée des arrêts pendant un cycle de filtration
u	vitesse interstitielle moyenne du fluide
u_m	vitesse en fût vide de la suspension

u_M	vitesse interstitielle critique (Maroudas)
v_s	vitesse de sédimentation de Stokes
x	exposant
$\bar{x}$	déplacement moyen diffusionnel
y	titre volumique de particules dans la suspension
$\bar{y}$	valeur moyenne de y
$(\frac{\bar{y}}{y_i})$	valeur moyenne du rapport $\frac{y}{y_i}$
$\frac{y_f}{y_i}$	fuite du lit filtrant
$(\frac{y_f}{y_i})_L$	limite maximale autorisée de la fuite du lit filtrant
z	épaisseur du lit (variable)
z_1	valeur particulière de z
B	perméabilité
C	coordinance
D	coefficient de diffusion
F_W	forces de Van der Waals
F_1	frais fixes indépendants de V
F_2	frais de fonctionnement proportionnels à l'énergie consommée
F_3	frais d'installation fixes
F_4	frais d'installation proportionnels à Z
$F(\sigma)$	fonction de rétention dans $k = k_0 F(\sigma)$
$G(\sigma)$	fonction dans $\Delta P = \Delta P_0 G(\sigma)$
I	intensité électrique correspondant au faisceau lumineux transmis
I^*	intensité électrique correspondant au faisceau lumineux incident
P	chute de pression totale à travers le lit filtrant
p_L	limite maximale autorisée pour la chute de pression
Q_1	quantité de particules présentes dans une couche élémentaire
Q_2	quantité de particules entrées dans une couche élémentaire
Q_3	quantité de particules sorties d'une couche élémentaire
R	fonction de r et r_i , $R = \frac{1}{2} \frac{r^2 - r_i^2}{r_i}$
Re	nombre de Reynolds

S, S'	groupements sans dimension (annexe 1)
V	volume de filtrat
V _F	vitesse d'avancement du front de rétention
V _{F∞}	vitesse d'avancement du front de rétention lorsque la couche d'entrée est saturée
X	critère de facilité d'une filtration
Z	épaisseur totale du lit filtrant

Lettres grecques

β	inverse de la compacité (1-porosité) de l'empilement des particules retenues
ΔP	chute de pression à travers une couche élémentaire
Δr	épaisseur d'une couche annulaire élémentaire
Δt, Δτ	intervalles de temps très petits
Δz	épaisseur d'une couche élémentaire
ε	porosité du lit, c'est à dire fraction de volume du lit occupée par la suspension en écoulement
ζ	potentiel électrocinétique
η	viscosité dynamique du fluide
H	température absolue
λ	coefficient de filtration
λ _b	valeur particulière de λ (Stein)
ξ, ξ ₁ , ξ ₂ , ξ ₃	constantes
Π	fonction définie par l'équation (45) : $\Pi = \int_0^{k_0 z} \frac{\Delta P}{\Delta P_0} d(k_0 z)$
ρ	distance particule-grain
ρ _ℓ	masse volumique du liquide porteur
ρ _s	masse volumique des particules en suspension
σ	rétention, c'est à dire fraction de volume du lit occupée par les particules arrêtées
σ _b	valeur particulière de σ (Stein)
σ _c	valeur de σ lorsque le colmatage des sites de crevasse est terminé
σ _m	constante (annexe 1)
σ _M	valeur maximale de la rétention σ
τ	âge de la rétention

τ_1, τ_2, τ_3 valeurs particulières de τ
 τ_c constante de temps du lit filtrant
 τ_F durée de la filtration par cycle
 ψ fonction économique
 ϕ facteur caractérisant les propriétés physico-chimiques du système
 Ω section du lit poreux

L'indice i désigne la couche d'entrée du lit
 L'indice f désigne la couche de sortie du lit
 L'indice o désigne l'instant initial ($t = 0$, lit propre)
 Le signe $\propto$ signifie proportionnel à

BIBLIOGRAPHIE

- 1 BAYLIS J.R. - Experiences in filtration, Jour. A.W.W.A. 1937, Vol. 29, n° 7, p. 1010-1048
- 2 BORCHARDT J.A., O'MELIA C.R. - Sand filtration of algal suspensions
Jour. A.W.W.A. 1961, Vol. 53, n° 12,
p. 1493-1502
- 3 CAMP T.R. - Discussion of the filter sand for water purification
plants A.S.C.E. Avril 1937, p. 769-777
- 4 CLEASBY J.L. et BAUMANN E.R. - Selection of sand filtration rates
Jour. A.W.W.A. 1962, Vol. 54, n° 5,
p. 579-602
- 5 DELACHAMBRE Y. - Contribution à l'étude de l'écoulement d'une suspension à travers un milieu poreux et du mécanisme de la filtration. Thèse, fac. des Sci. Nancy (1966)
- 6 EDWARDS D.M. et MONKE E.J. - Electrokinetic studies of slow sand filtration process, Jour. A.W.W.A. 1967,
Vol. 59, n° 10, p. 1310-1319
- 7 ELIASSEN R. - Clogging of rapid sand filters, Jour. A.W.W.A. 1941,
Vol. 33, n° 5, p. 926-941
- 8 FOESS G.W. et BORCHARDT J.A. - Electrokinetic phenomena in the filtration of algal suspensions, Jour.
A.W.W.A. 1969, Vol. 61, n° 7, p. 333-338
- 9 FOX D.M. et CLEASBY J.L. - Experimental evaluation of sand filtration theory, Jour. Sanit. Eng. Div. Proc. A.S.
C.E. 1966, vol. 92, n° SA5, p. 61-82
- 10 GHOSH G. - Media characteristics in water filtration, Jour. Sanit.
Eng. Div. Proc. A.S.C.E. 1958, Vol. 84, n° SA1, p. 1-25
- 11 HALL W.A. - An analysis of sand filtration, Jour. Sanit. Eng. Div. Proc.
A.S.C.E. 1957, Vol. 83, n° SA3, p. 1-9
- 12 HEERTJES P.M. et LERK C.F. - The functioning of deep bed filters
Trans. Instn. Chem. Engrs. 1967, Vol.
45, p. 129-145

- 13 HSIUNG K. et CLEASBY J.L. - Prediction of filter performance. Jour. Sanit. Eng. Div. Proc. A.S.C.E. 1968, Vol. 94, n° SA6, p. 1043-1069
- 14 HUNTER R.J. et ALEXANDER A.E. - Surface properties and flow behavior of kaolinite. Part III : Flow of kaolinite sols through a silica column Jour. Colloid. Science 1963, Vol. 18, p. 846-862
- 15 ISON C.R. et IVES K.J. - Removal mechanisms in deep bed filtration Chem. Eng. Sci. 1969, Vol. 24, p. 717-729
- 16 IVES K.J. - A theory of the functioning of deep filters. Symposium on the interaction between fluids and particles. Instn. Chem. Engrs. Londres 1962, p. 260-268
- 17 IVES K.J. - Simplified rational analysis of filter behaviour. Proc. Inst. Civ. Engrs. 1963, Vol. 25, p. 345-364
- 18 IVES K.J. et SHOLJI I. - Research on variables affecting filtration Jour. Sanit. Eng. Div. Proc. A.S.C.E. 1965, Vol. 91, n° SA4, p. 1-18
- 19 IVES K.J. et GREGORY J. - Surface forces in filtration. Proc. Soc. Wat. Trtmt. Exam. 1966, Vol. 15, n°2, p. 93-116
- 20 IVES K.J. - Deep filters. Filtration separation 1967, Vol. 4, n° 2, p. 125-135
- 21 IWASAKI T. - Some notes on sand filtration. Jour. A.W.W.A. 1937, Vol. 29 n° 10, p. 1591-1602
- 22 JEFFREY R.C. et PEARSON - Particle motion in laminar vertical tube flow Jour. Fluid. Mech. 1965, Vol. 22, part 4, p. 721-735
- 23 JORDEN R.H. - Electrophoretic studies of filtration. Jour. A.W.W.A. 1963, Vol. 55, n° 6, p. 771-782
- 24 KRONE R.B., ORLOB G.T. HODGKINSON - Movement of coliform bacteria through porous media. Sew. and Indust. Wast. 1958, Vol. 30, n° 1, p. 1-13
- 25 KRUPP H. - Particle adhesion - Theory and experiment. Advances in colloïd and interface science 1967, Vol. 1, n° 2
- 26 LECLERC D. - Thèse Fac. Sci. Nancy (à paraître)
- 27 LING J.T. - A study of filtration through uniform sand filters. Proc. A.S.C.E. 81, Paper 751, P. 1-35 (1955)
- 28 MACKRLE V. - L'étude du phénomène d'adhérence. Colmatage dans le milieu poreux - Thèse Fac. des Sci. Grenoble (1960)

- 29 MACKRLE V. et MACKRLE S. - Adhesion in filters. Jour. Sanit. Eng. Div.
Proc. A.S.C.E. 1961, Vol. 87, n° SA5, p. 17-32
- 30 MACKRLE V., DRACKA O. et SVEC J. - Hydrodynamics of the disposal of low
level liquid radioactive wastes in
soil. Final Rept. I.A.R.A. Research
n° 98, Prague 1965
- 31 MAROUDAS A. - Clarification of suspensions : a study of particle depo-
sition in granular filter media. Ph. D. Thes. Univ.
Londres 1961
- 32 MAROUDAS A. et EISENKLAM P. - Clarification of suspensions : a study
of particle deposition in granular media.
Part I : Some observations on particle
deposition-Chem. Eng. Sci. 1965, Vol. 20,
p. 867-873
- 33 MAROUDAS A. et EISENKLAM P. - Clarification of suspensions : a study
of particle deposition in granular media.
Part II : a theory of clarification-Chem.
Eng. Sci. 1965, Vol. 20, p. 875-888
- 34 MINTZ D.M. et KRISHTUL V.P. - Investigation of the process of filtra-
tion of a suspension in a granular bed.
(traduction en anglais) Jour. Appl.
Chem. 1960, Vol. 33, n° 2, p. 303-314
- 35 MINTZ D.M. - Modern theory of filtration. Report to international wa-
ter supply congress. Barcelone 1966-Publié par I.W.S.A.
Londres
- 36 MINTZ D.M., PASKUTSKAYA L.N. et CHERNOVA Z.V. - Mechanisms of the fil-
tration process in high speed water fil-
ters (traduction en anglais) Jour. Appl.
Chem. 1967, Vol. 40, n° 8, p. 1634-1639
- 37 O'MELIA C.R. et CRAPPS D.K. - Some chemical aspects of rapid sand
filtration. Jour. A.W.W.A. 1964, Vol.
56, n° 10, p. 1326-1344
- 38 O'MELIA C.R. et STUMM W. - Theory of water filtration. Jour. A.W.W.A.
1967, Vol. 59, n° 11, p. 1393-1412
- 39 ORNATSKII N.V., SERGEEV E.M. et SHEKHTMAN Yu.M. - Theory of clogging
of a sand bed when a clay suspension is
filtered through it Izd. Mosc. Univ. 1955
chap. III, p. 49-80
- 40 SAFFMAN P.G. - The lift on a small sphere in a slow shear flow. Jour.
Fluid. Mech. 1965, Vol. 22, part 2, p. 385-400
- 41 SAKTHIVADIVEL R. - Theory and mechanism of filtration of non-colloïd
fines through a porous medium. Rapport HEL 15-5-
Hydraulic Eng. Lab. Univ. Calif. Berkeley 1966

- 42 SANFORD L.H. et GATES C.D. - Effects of synthetic detergents on rapid sand filter performance - Jour. A.W.W.A. 1956, Vol. 48, n° 1, p. 45-54
- 43 SEGRE G., SILBERBERG A. - Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow - Jour. Fluid. Mech. 1962, Vol. 14, p. 115-157
- 44 SMITH C.V. - Electrokinetic phenomena in particulate removal by rapid sand filtration- Jour. New England Water ASS. 1967, Vol. 81, p. 170-212
- 45 STANLEY D.R. - Sand filtration studied with radio-tracers - Proc. A.S.C.E., Vol. 81, Separate N 592, p. 1-23 (1955)
- 46 STEIN P.C. - A study of the theory of rapid filtration of water through sand - Sc. D. Thes. Mass. Inst. Techn. (1940)
- 47 TRZASKA A. - Experimental research on the phenomenon of colmatage - Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Tech. 1965, Vol. 13, n° 9, p. 451-457
- 48 WHITE P.A.F. et SMITH S.E. - High efficiency air filtration - Butterworths 1964
- 49 YAO K.M. - Influence of suspended particle size on the transport aspect of water filtration - Ph. D. Thes. Univ. North. Carolina (Chapel Hill) 1968

FIGURES

SOMMAIRE

FIGURES	Pages
Chapitre 1 : figures 1 à 12	1
Chapitre 2 : figures 13 à 20	7
tableau 5	12
figures 21 à 54	13
Chapitre 3 : figures 55 à 65	41
 TABLEAUX	
Tableau 22	47
Tableau 23	48
 ANNEXE I : Résolution analytique du système différentiel	49
 ANNEXE II : Vérification des propriétés macroscopiques	53
1) Particules de Lycopode du lot 1	
11 – Vitesse d'avancement du front de rétention	
12 – σ en fonction du temps	
13 – Graphique des rétentions	
2) Particules de Lycopode du lot 2	
21 – σ_f en fonction du temps	
22 – y_f/y_i en fonction du temps	
23 – Vitesse d'avancement du front	
Figures A1 à A5	
 ANNEXE III : Etude de la granulométrie du lit	61
 ANNEXE IV : Colmatage des sites de crevasse	63
1) Rétention maximale	
2) Influence du rapport d/d_g	
 ANNEXE V : Blocage des rétreints triangulaires – Détermination de la fraction des rétreints bloqués	67

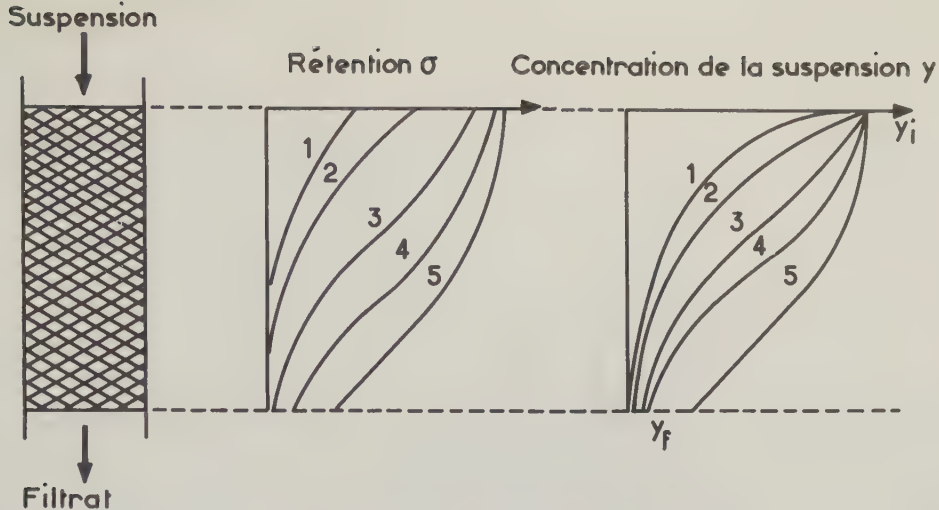


Fig.1: LIT FILTRANT PARTIELLEMENT COLMATE

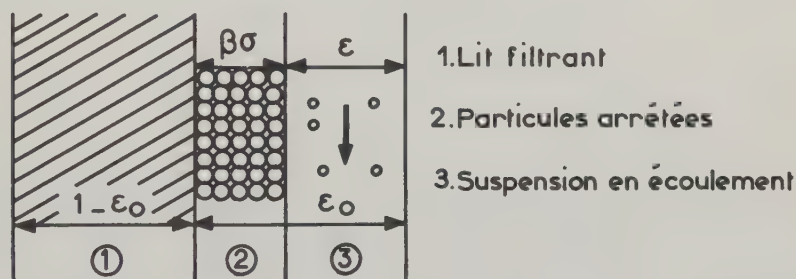


Fig.2: ELEMENT DE LIT FILTRANT PARTIELLEMENT COLMATE

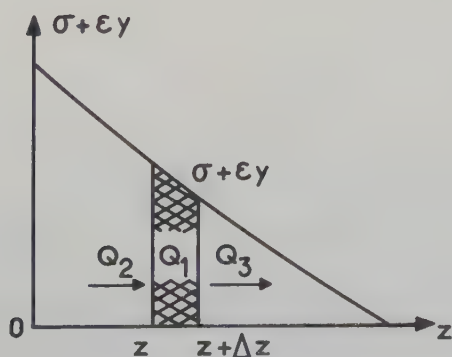


Fig.3: COUCHE ELEMENTAIRE PARTIELLEMENT COLMATEE

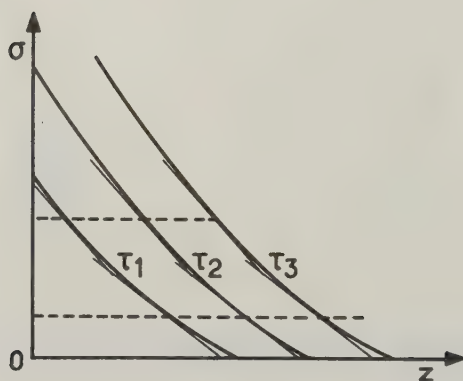


Fig.4: PROFILS DE RETENTION

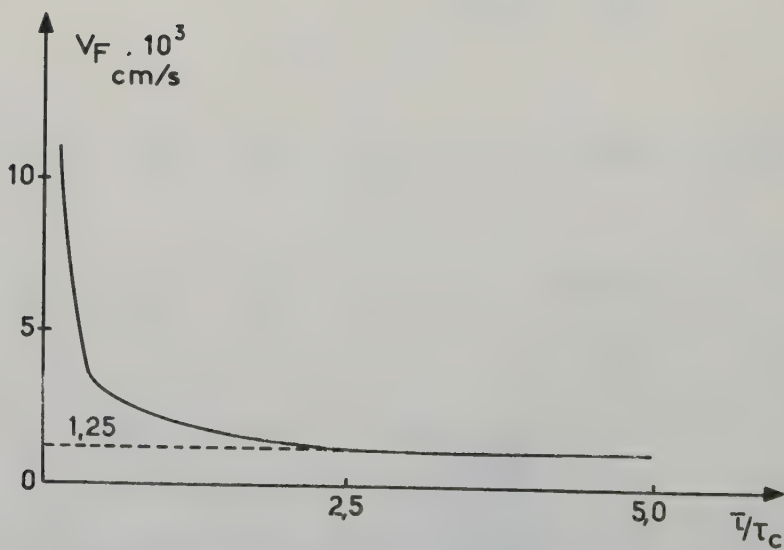


Fig.5: VITESSE D'AVANCEMENT DU FRONT

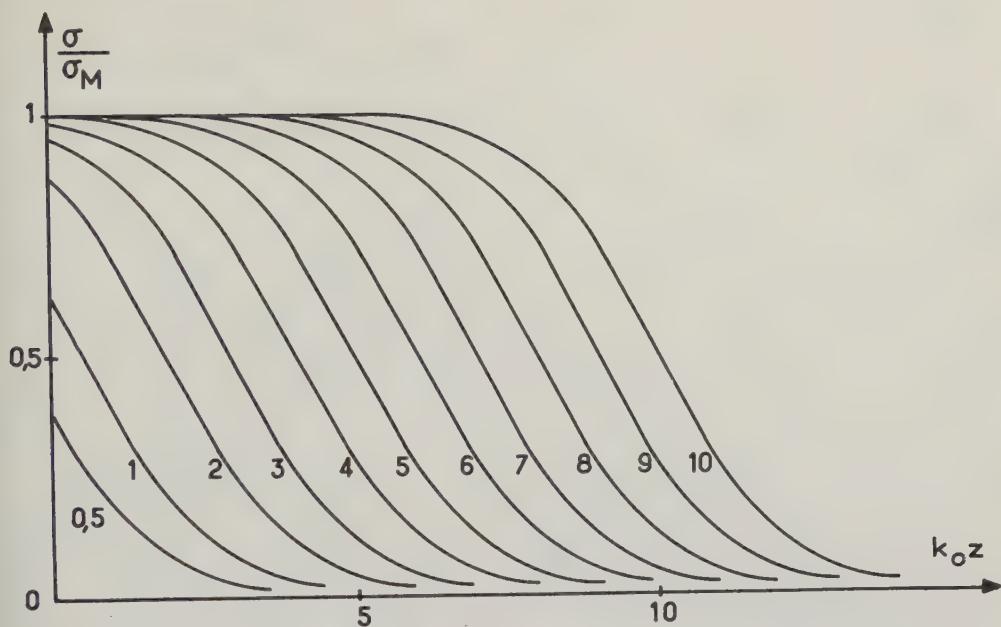


Fig.6a : PROFILS DE RETENTION POUR DIVERS τ/τ_c

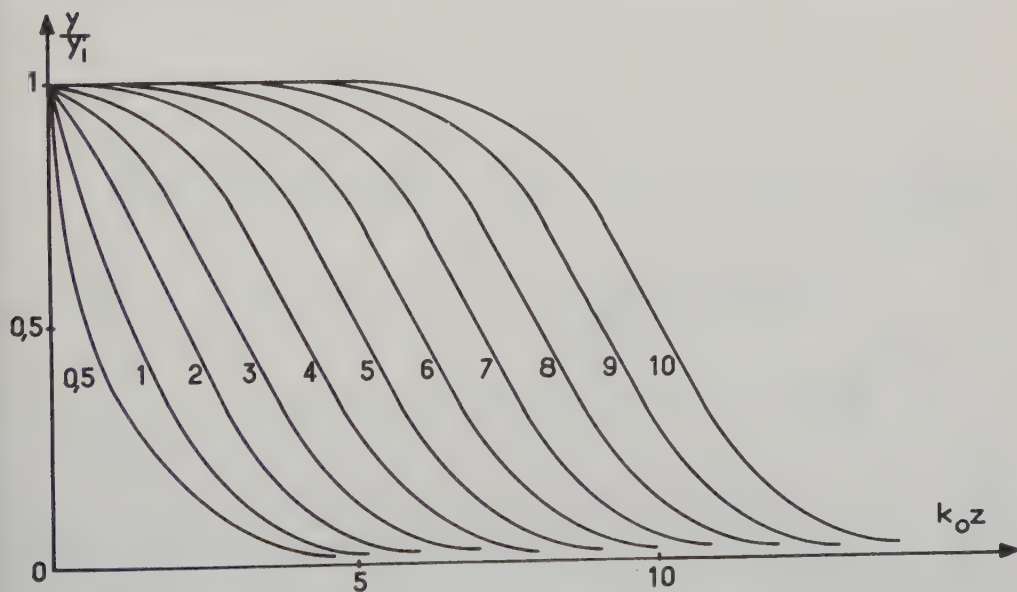


Fig.6b: PROFILS DE CONCENTRATION POUR DIVERS τ/τ_c

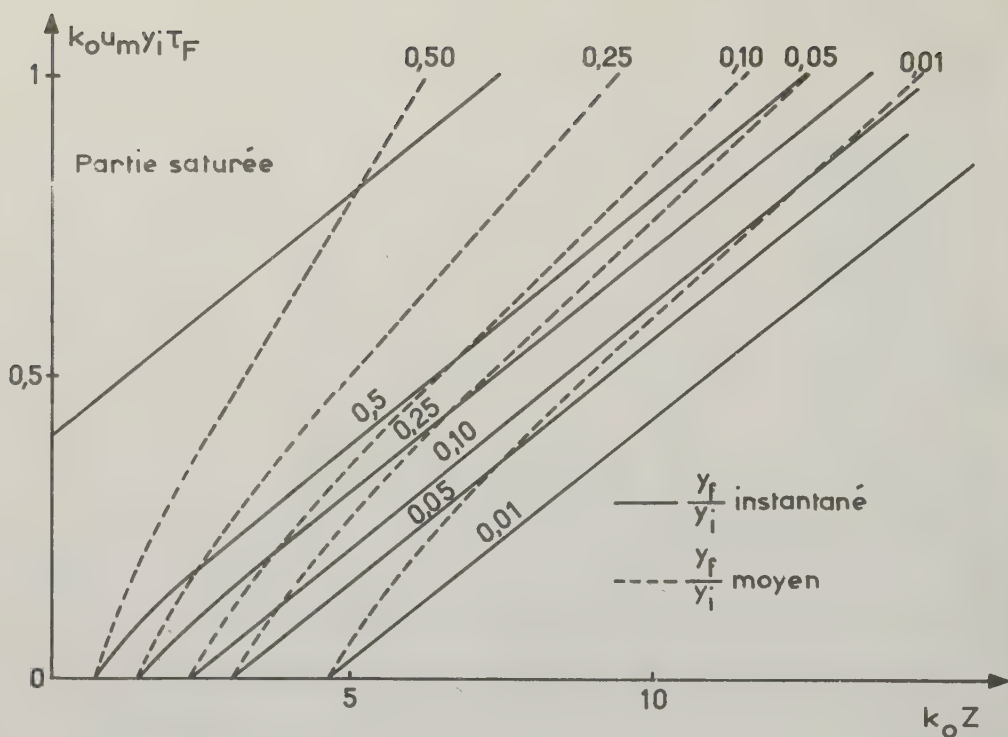


Fig.7: $k_0 u_m \gamma_i T_F$ EN FONCTION DE $k_0 Z$

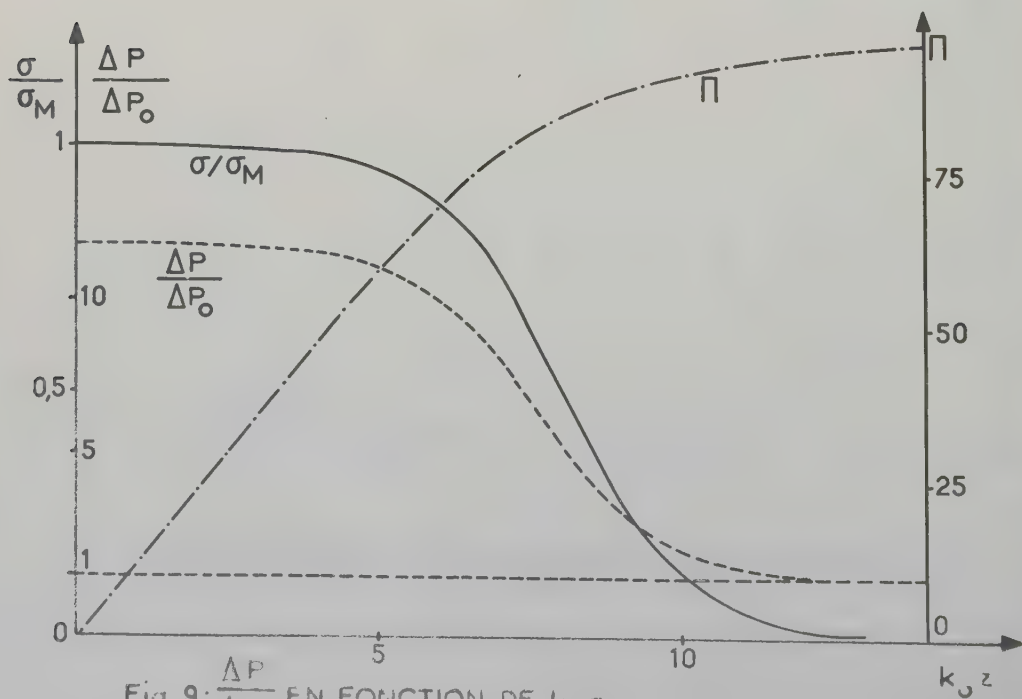
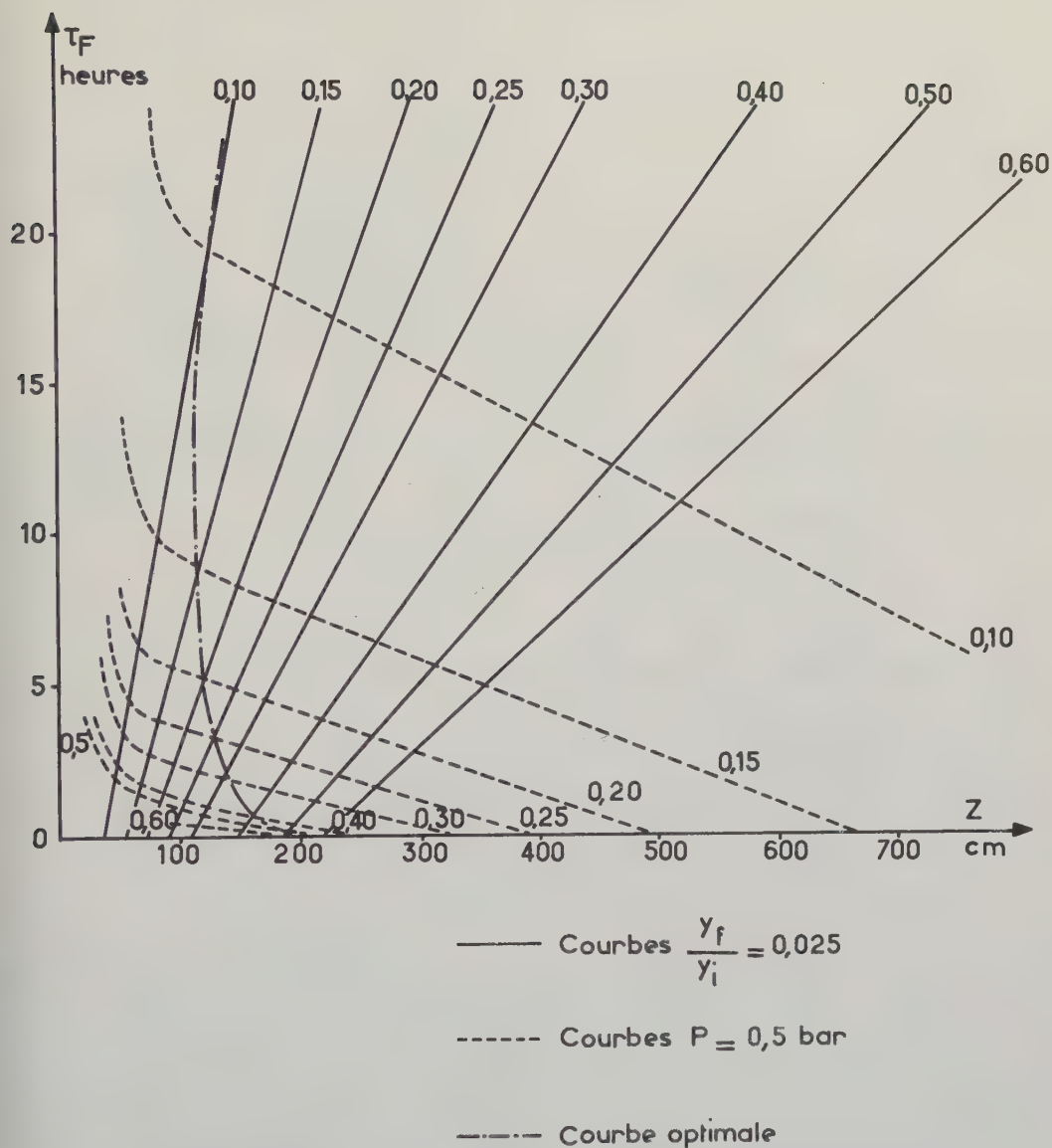
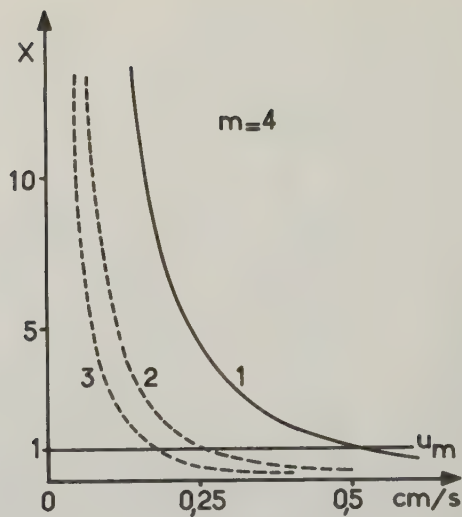
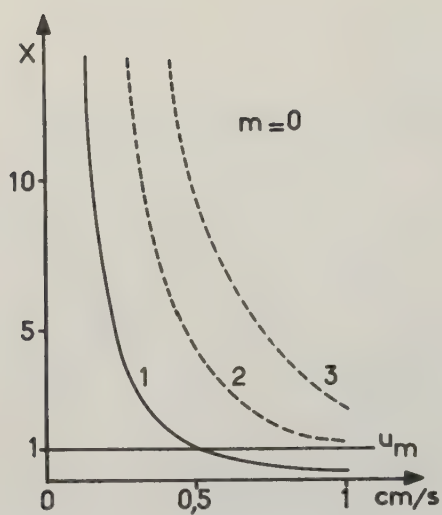


Fig.9: $\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$ EN FONCTION DE $k_0 z$



(les nombres sur les courbes indiquent le débit u_m en cm/s)

Fig.8 : CHOIX D'UN LIT FILTRANT



- 1 - Filtration standard ($d_g = d_{gs}$)
 - - 2 - $d_g = 2d_{gs}$
 . . 3 - $d_g = 3d_{gs}$

Fig.10: CRITERE DE FACILITE D'UNE FILTRATION

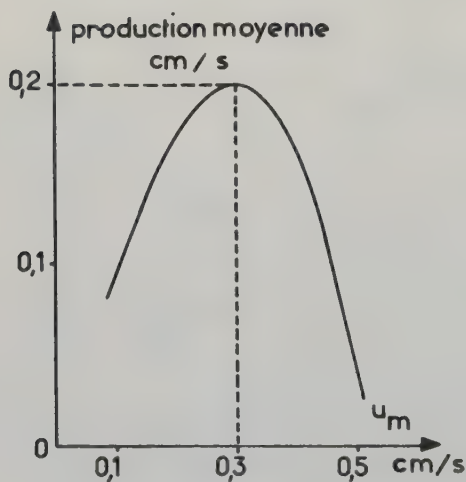


Fig.11: PRODUCTION MOYENNE

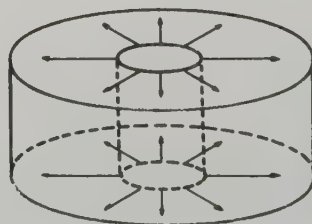
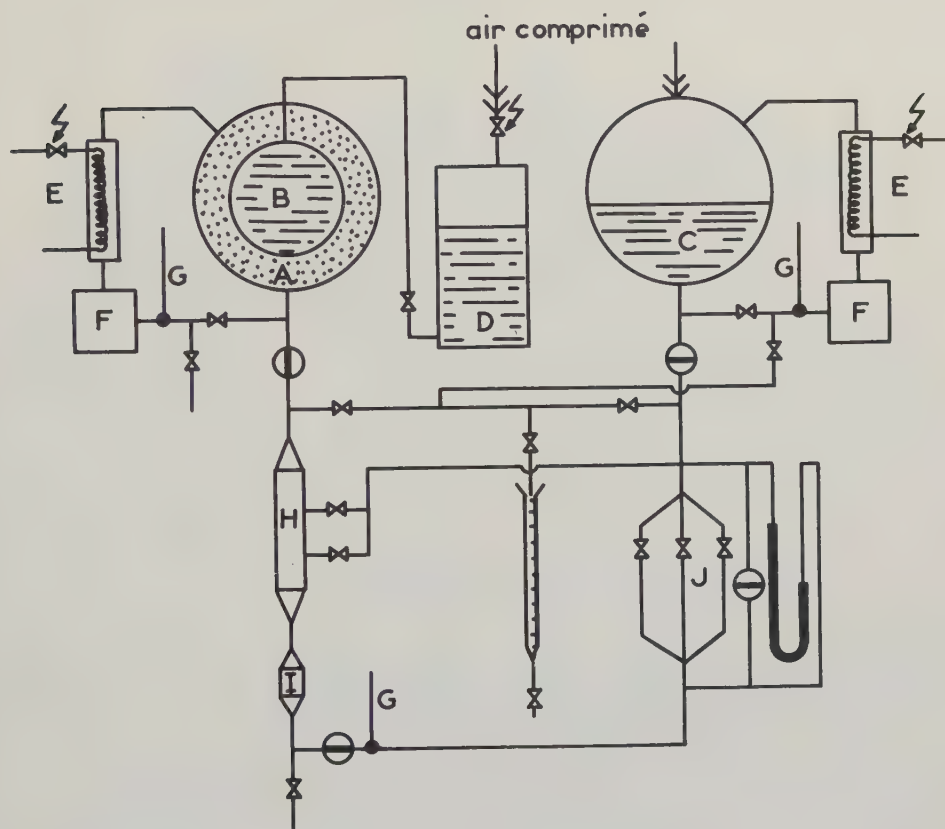


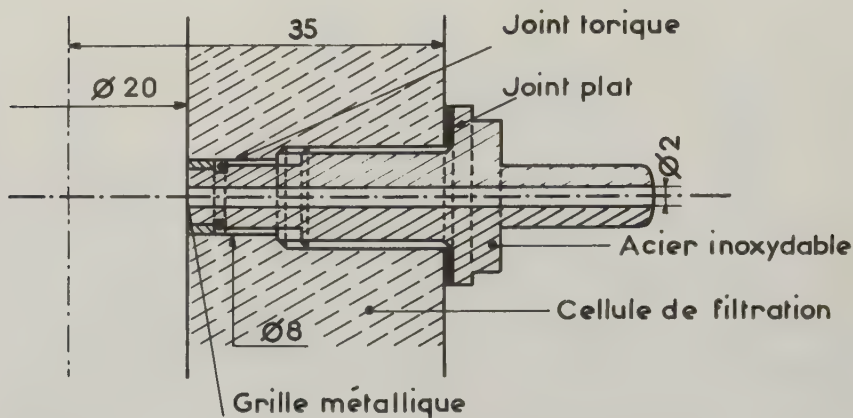
Fig.12: LIT ANNULAIRE

Fig.13: SCHEMA SIMPLIFIE DE L'APPAREIL



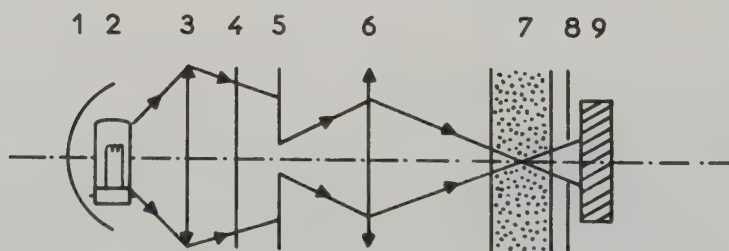
- A - Ballon de la suspension
- B - Baudruche
- C - Ballon du liquide propre
- D - Réservoir de la baudruche
- E - Echangeur
- F - Pompe de circulation
- G - Thermomètre
- H - Cellule de filtration
- I - Cellule de mesure de la concentration
- J - Capillaires

Fig.14: PRISE DE PRESSION



Echelle 1,5

Fig.16: SCHEMA DU DISPOSITIF OPTIQUE DE MESURE DES RETENTIONS



- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 1 Réflecteur | 6 Lentille convergente |
| 2 Ampoule | 7 Lit poreux |
| 3 Condenseur | 8 Diaphragme 15x5 |
| 4 Verre anti-culorique | 9 Cellule photo-électrique |
| 5 Diaphragme 15x3 | |

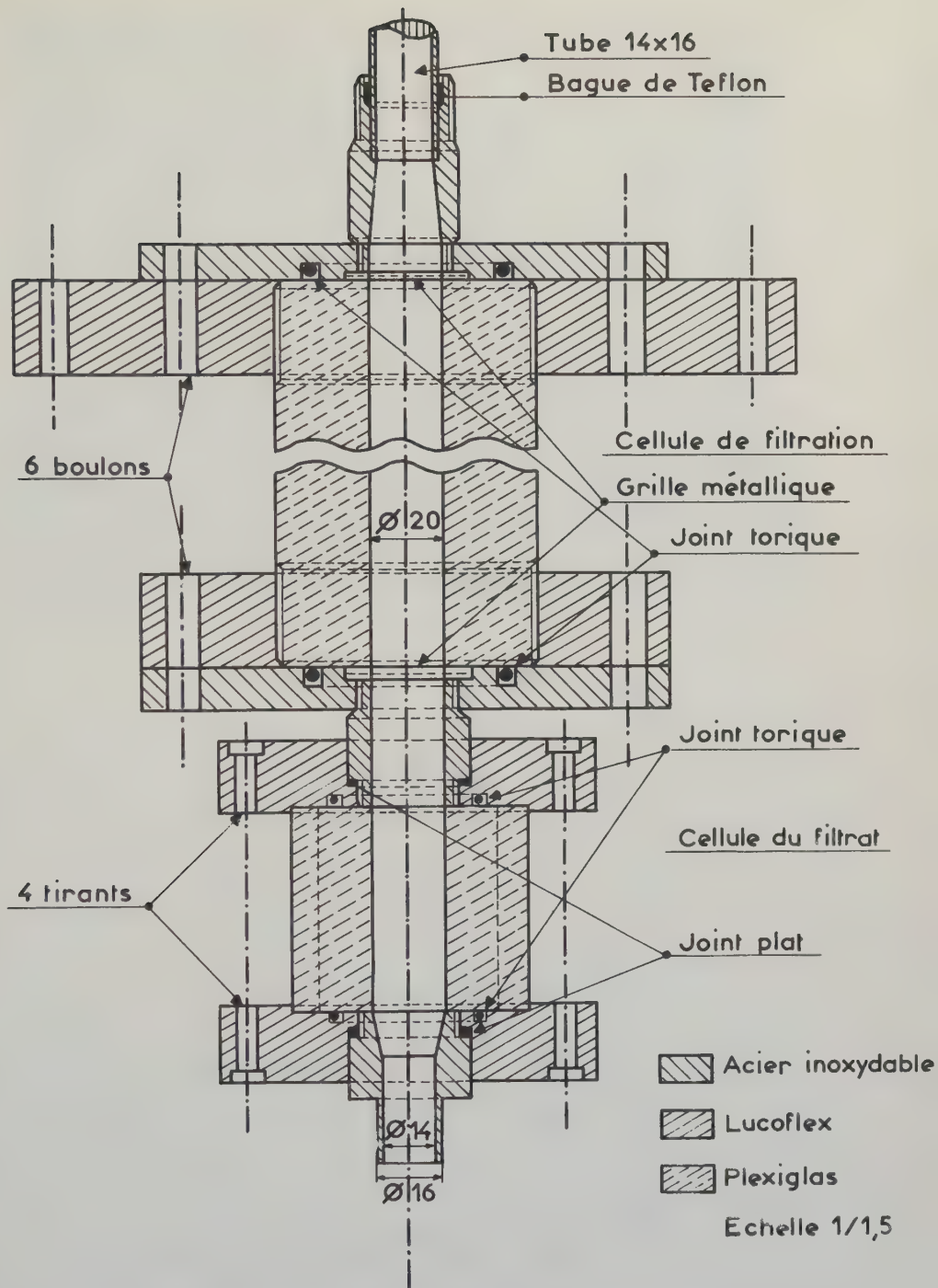


Fig.15:ASSEMBLAGE DES CELLULES DE MESURE

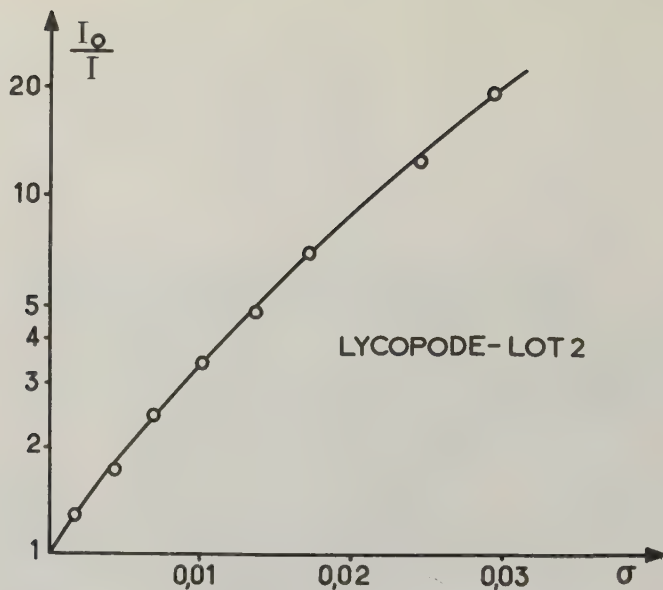


Fig.17: COURBE D'ÉTALONNAGE DES RETENTIONS

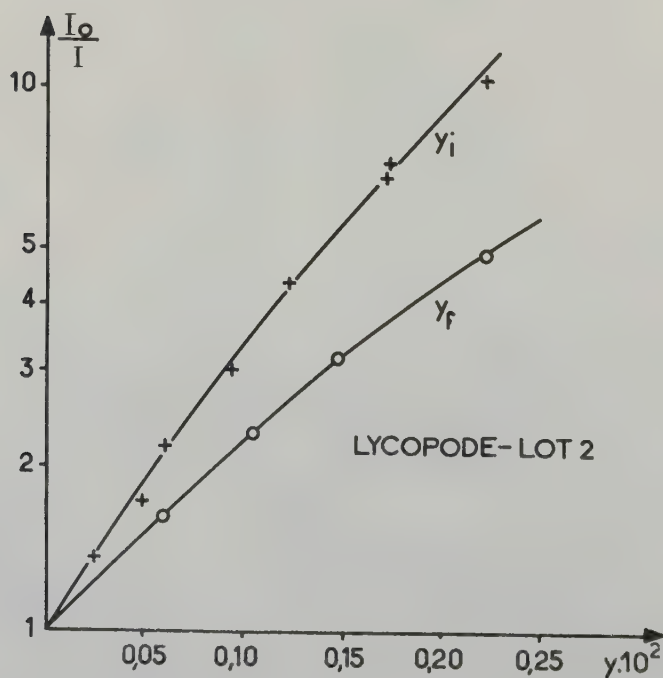


Fig.18: COURBES D'ÉTALONNAGE DES CONCENTRATIONS

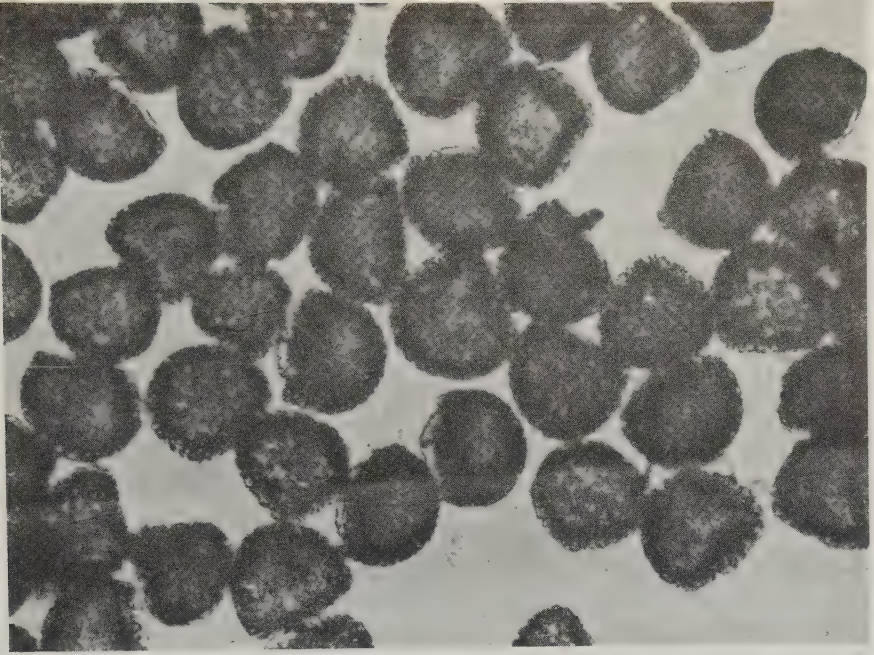


Fig.19: PHOTO DE LYCOPODE

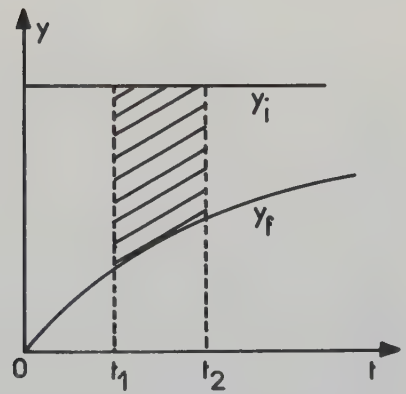
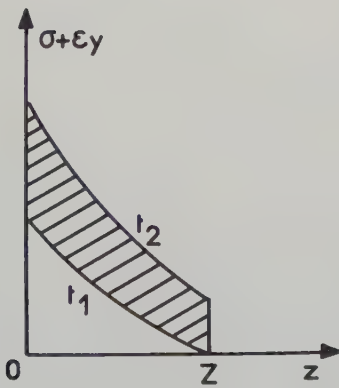


Fig.20: VERIFICATION DU BILAN DE MATIERE

LYCOPODE - LOT 1	$u_m = 0,0200 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0400 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0600 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0800 \text{ cm/s}$		
	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$
	37	○	21,0	27	△	10,5	28	□	6,0	33	X	6,5
41	●	15,0		29	▲	6,2	32	■	6,0	38	✕	16,5
45	●	17,0		30	▲	4,3	36	■	18,5	42	✕	14,0
49	●	14,0		35	▲	18,0	40	■	14,0	48	✕	11,0
52	●	15,0		39	▲	16,0	47	■	12,0			
				46	▲	14,5	56	■	13,0			
				53	▲	17,5						

LYCOPODE - LOT 2	$u_m = 0,0400 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0600 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0800 \text{ cm/s}$		
	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$
	61	▲	11,5	63	□	9,6	64	✕	11,9
	62	▲	13,9	65	■	11,3	66	X	11,8
	67	△	10,9	74	■	10,6			
	73	▲	10,8						
MICRO-BILLES	$u_m = 0,0400 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0600 \text{ cm/s}$			$u_m = 0,0800 \text{ cm/s}$		
	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$	Exp.	Signe	$y_i \cdot 10^4$
	76	▲	9,0	79	■	12,9	80	✕	14,1
	77	▲	5,8	82	■	7,5	84	✕	11,2
	78	▲	8,3	86	□	7,9	85	✕	7,6
	81	△	15,2				87	✕	10,6
							88	X	8,4

Tableau 5: CONDITIONS DES EXPERIENCES REALISEES AVEC LES GROSSES PARTICULES

Fig.21: COURBES DE RETENTION

LYCOPODE - LOT 1

EXPERIENCE 46 $u_m = 0,0400 \text{ cm/s}$

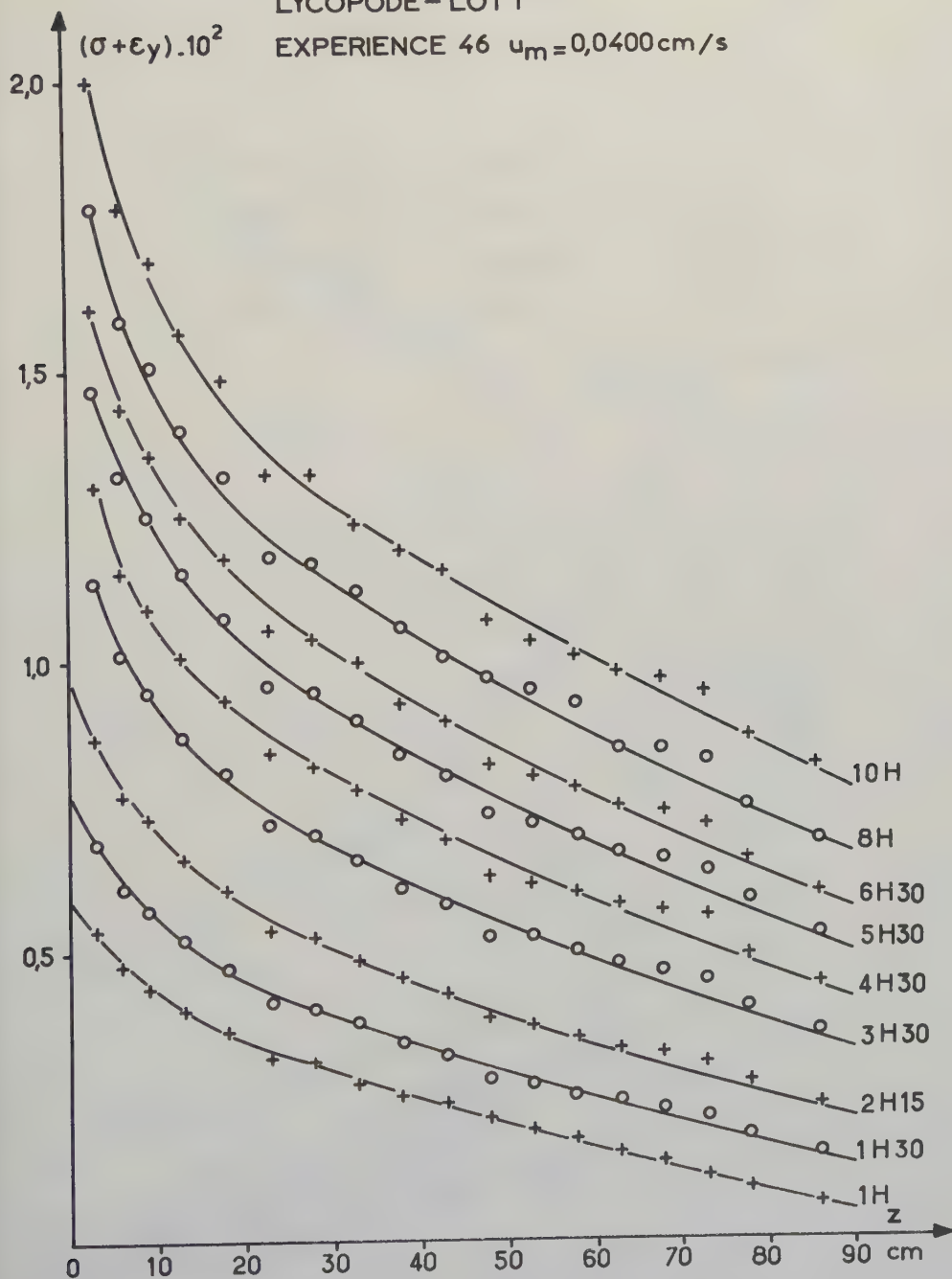


Fig.22: k EN FONCTION DE σ

$z = 50$ et 75 cm

LYCOPODE- LOT1

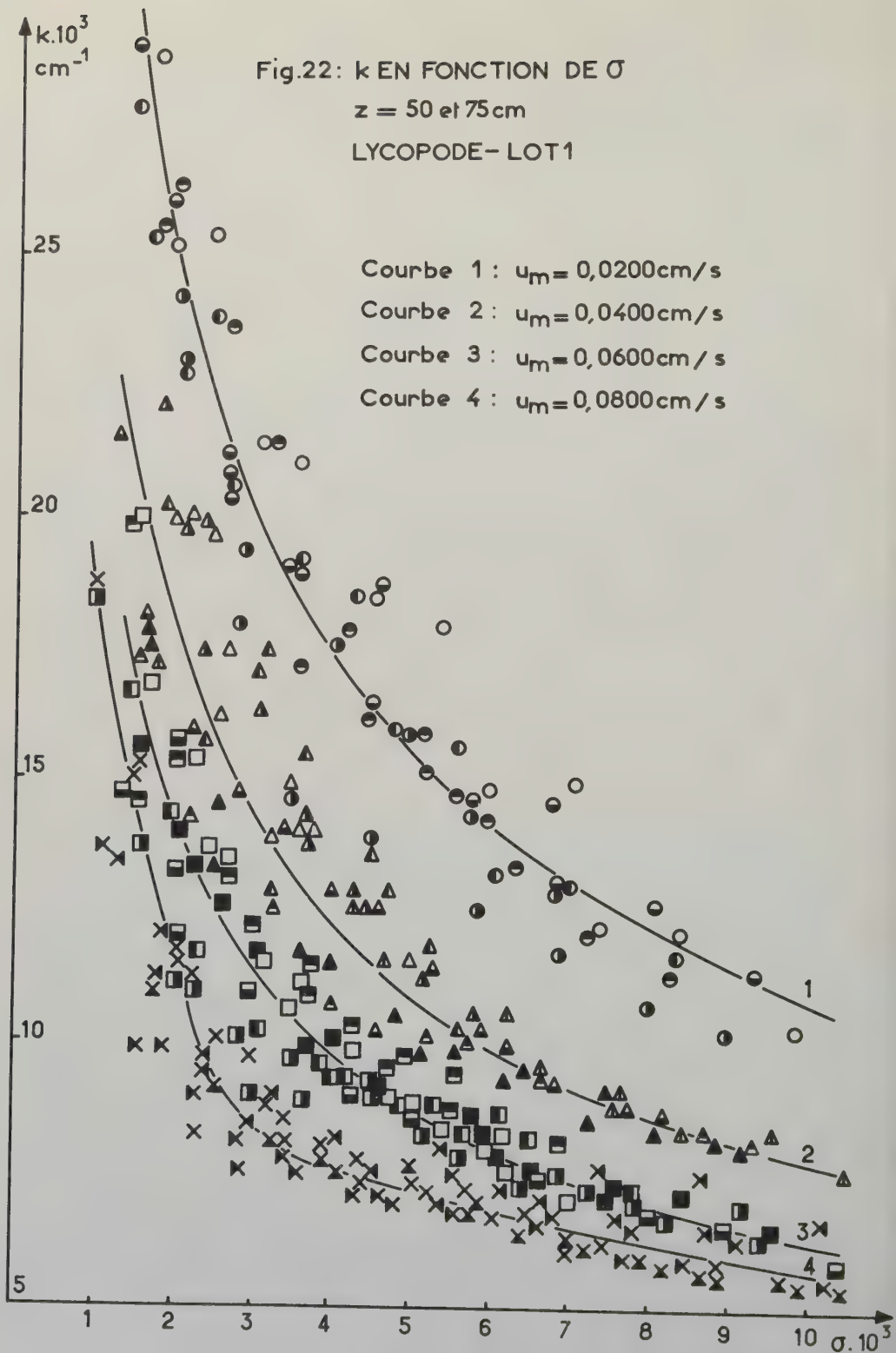


Fig.23: k EN FONCTION DE σ

$z = 50$ et 75 cm

LYCOPODE-LOT 1

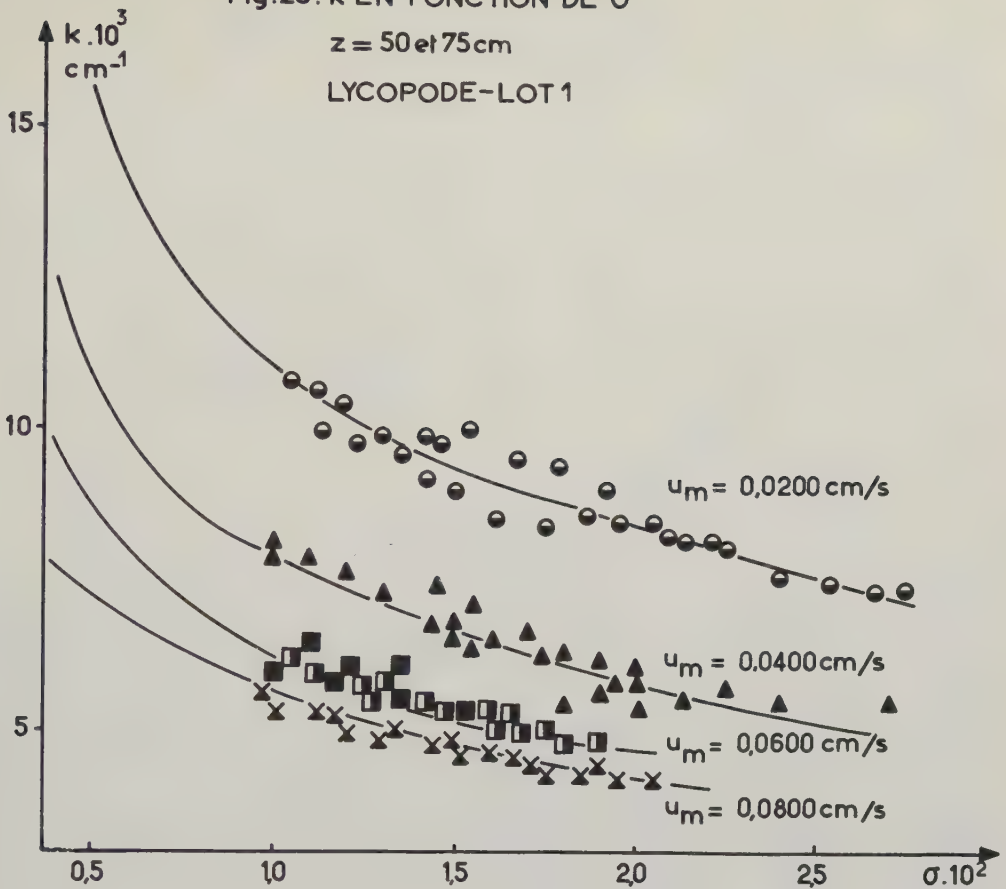


Fig.24: n EN FONCTION DE σ

LYCOPODE-LOT 1

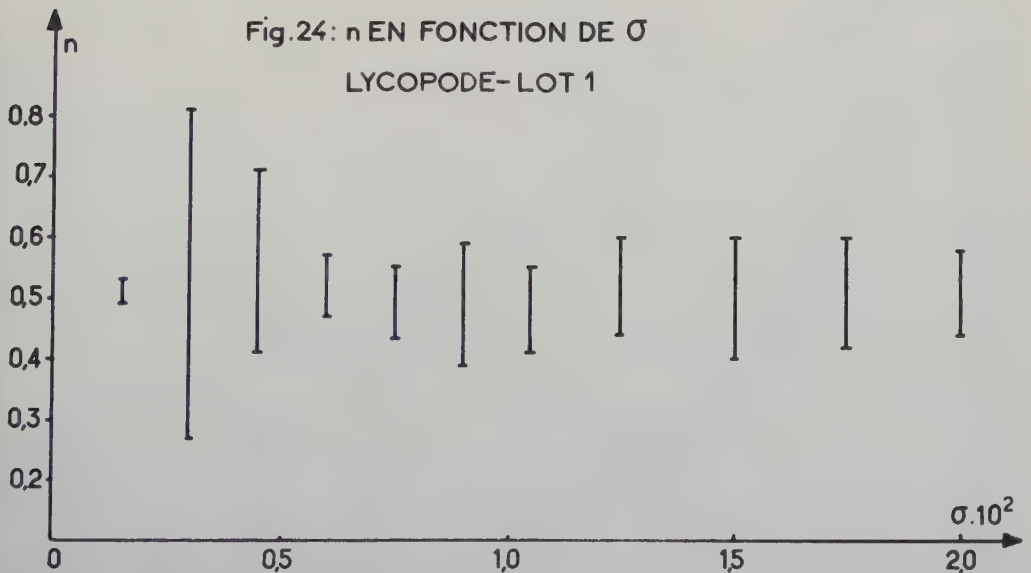


Fig.25: k EN FONCTION DE σ

LYCOPODE - LOT 1 $u_m = 0,0400 \text{ cm/s}$
($z \gg 30 \text{ cm}$)

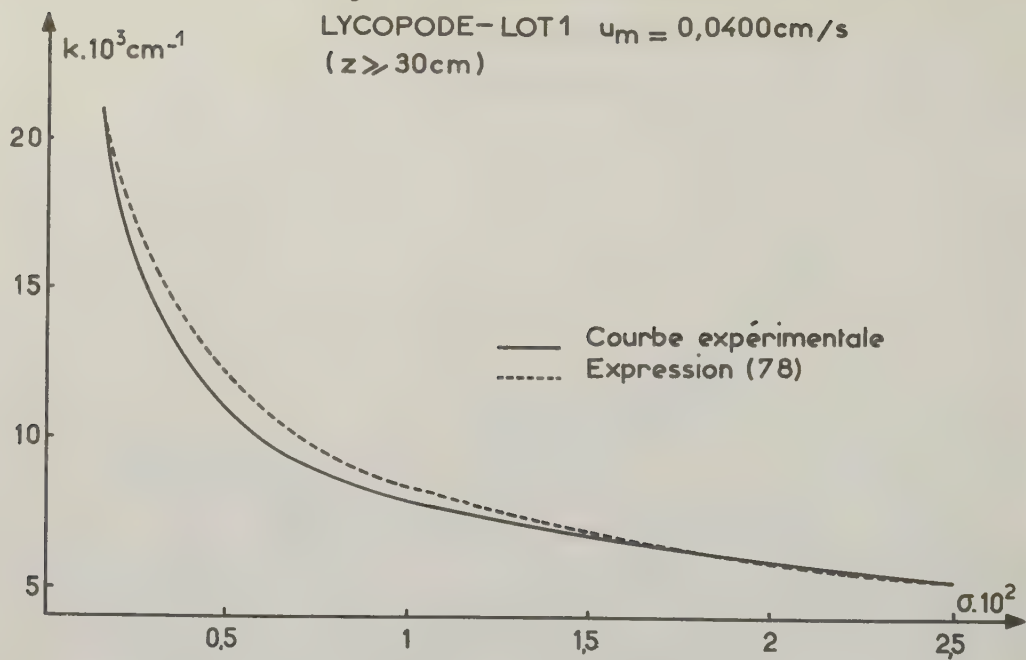


Fig.26: FRONTS DE RETENTION
LYCOPODE - LOT 1

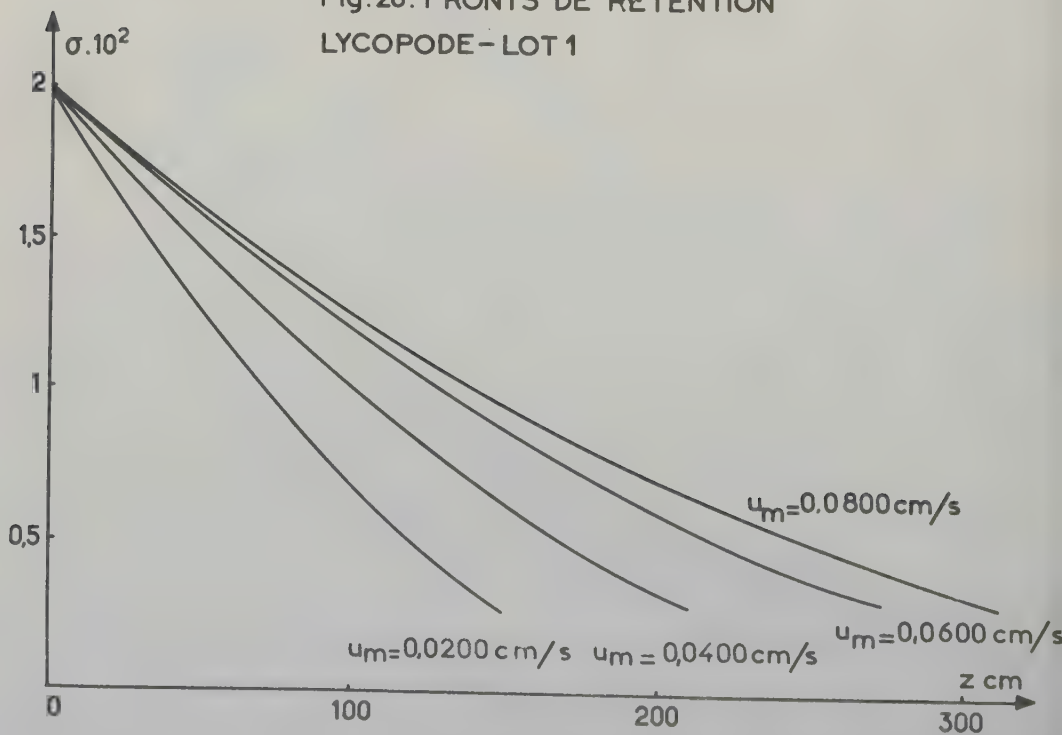


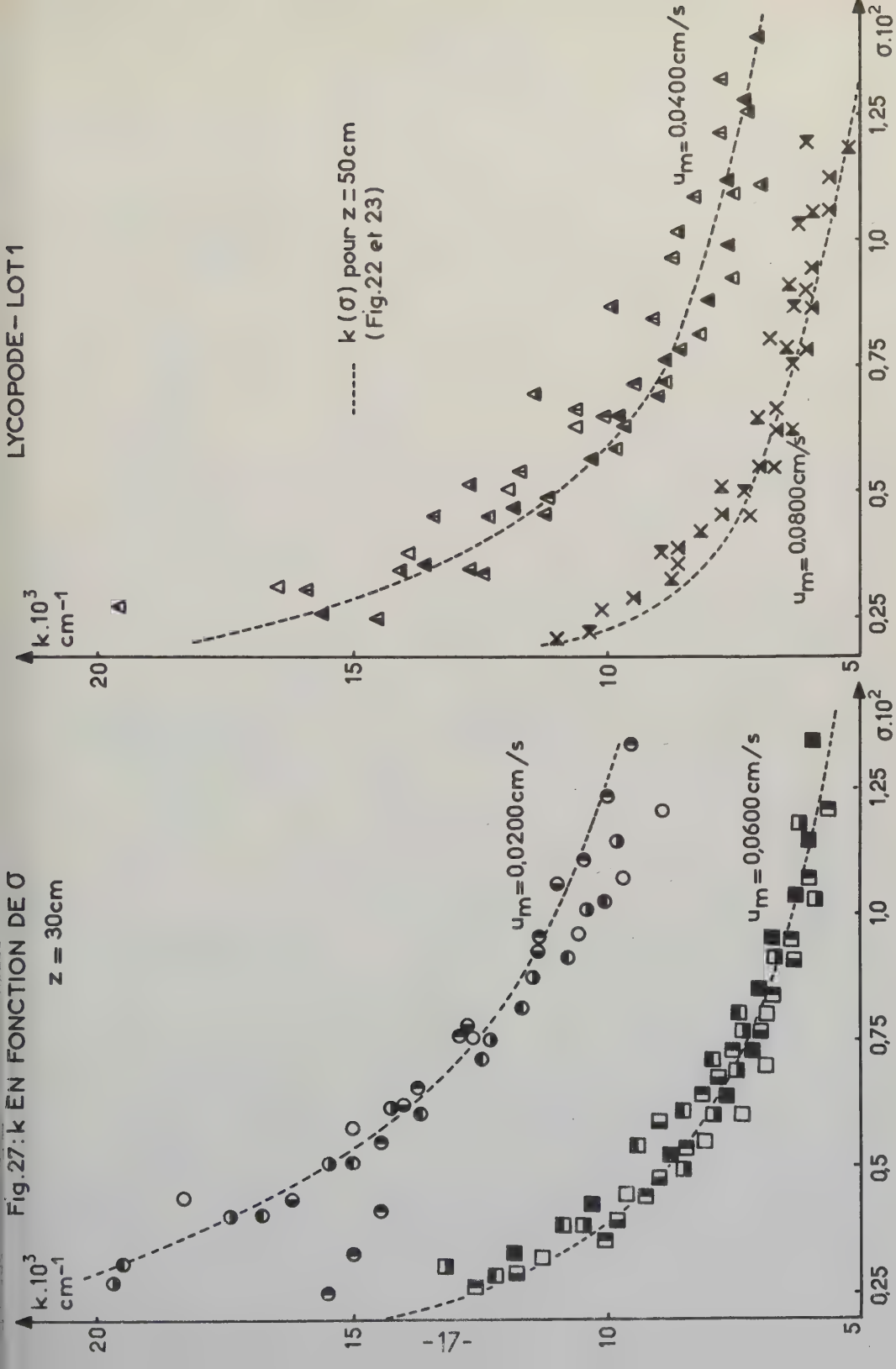
Fig. 27: k EN FONCTION DE σ $z = 30\text{cm}$ 

Fig.28: k EN FONCTION DE σ
LYCOPODE - LOT 1
 $z=10\text{cm}$

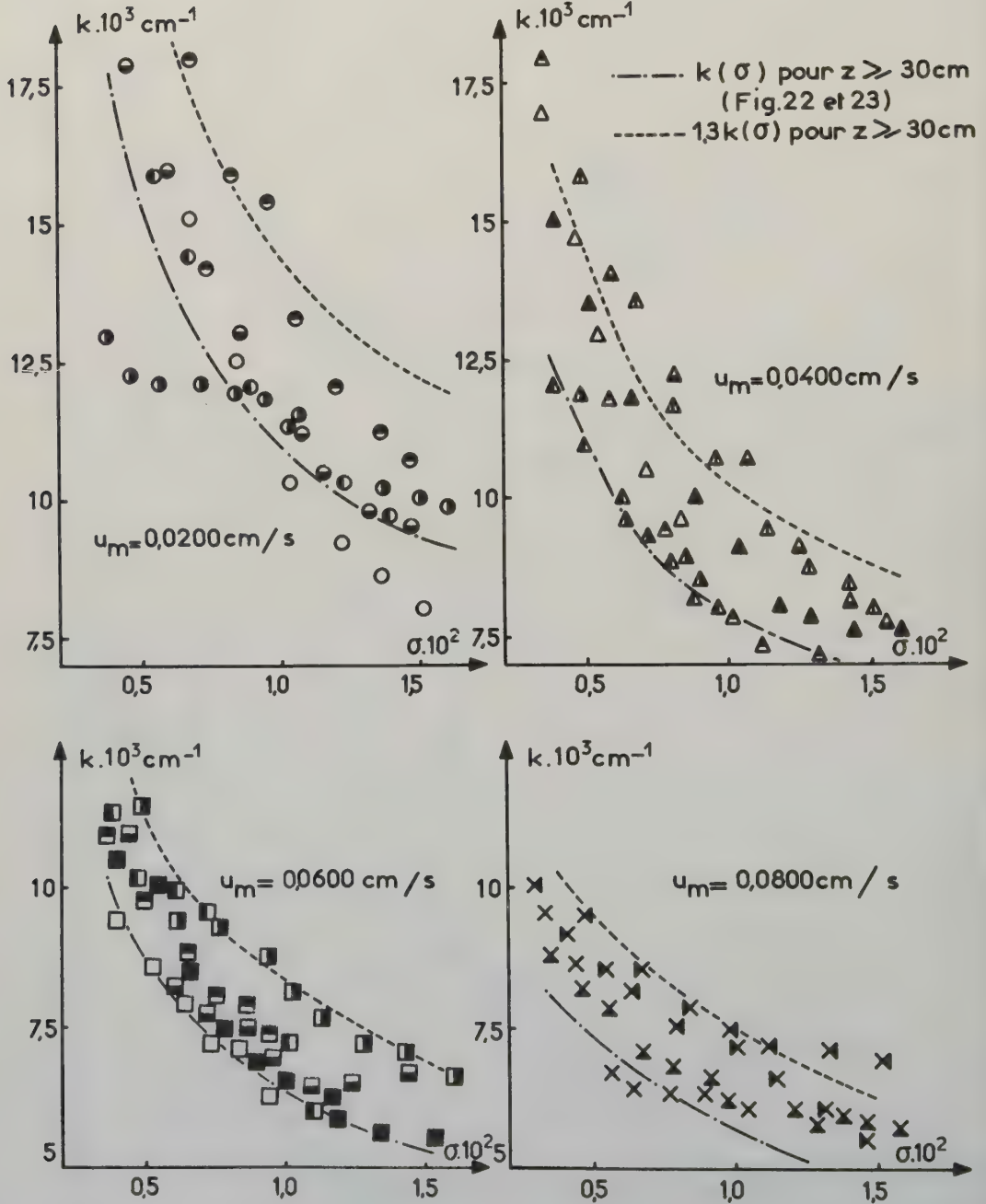
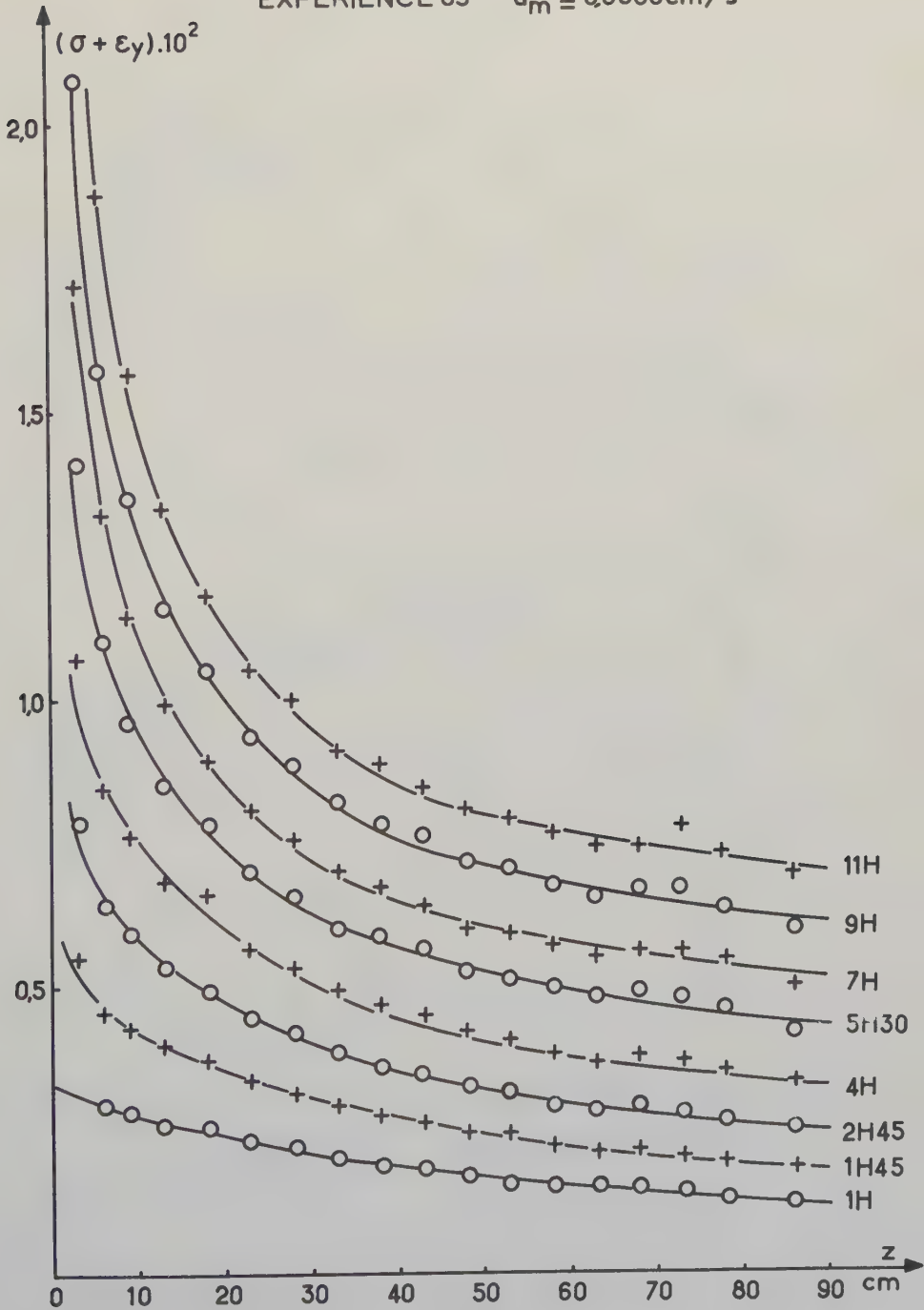


Fig.29: COURBES DE RETENTION

LYCOPODE- LOT 2

EXPERIENCE 65 $u_m = 0.0600 \text{ cm/s}$



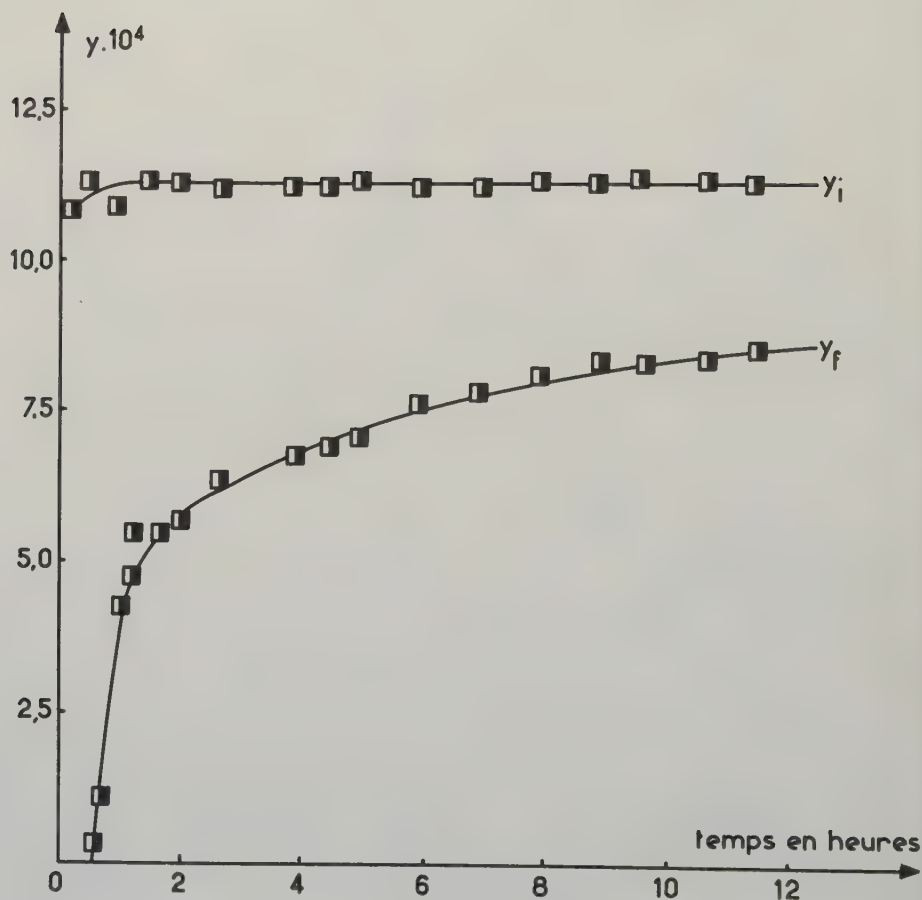


Fig.30: CONCENTRATIONS A L'ENTREE ET A LA SORTIE DU LIT
LYCOPODE-LOT 2 EXPERIENCE 65

$$u_m = 0,0600 \text{ cm / s}$$

Fig.31: y_f/y_i EN FONCTION DU TEMPS
LYCOPODE-LOT 2

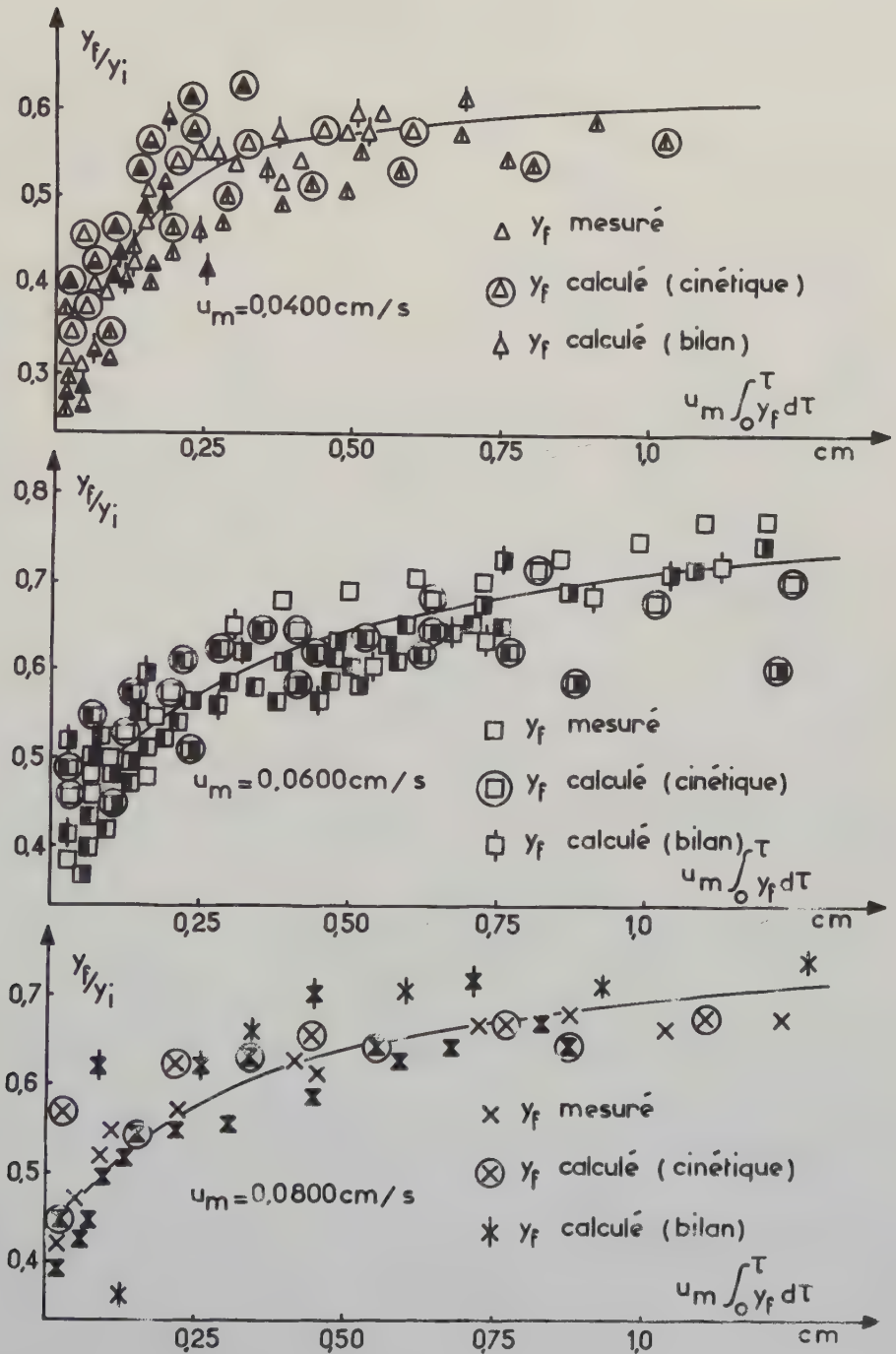


Fig.32: k EN FONCTION DE σ

LYCOPODE-LOT 2

$z = 75$ et 100 cm

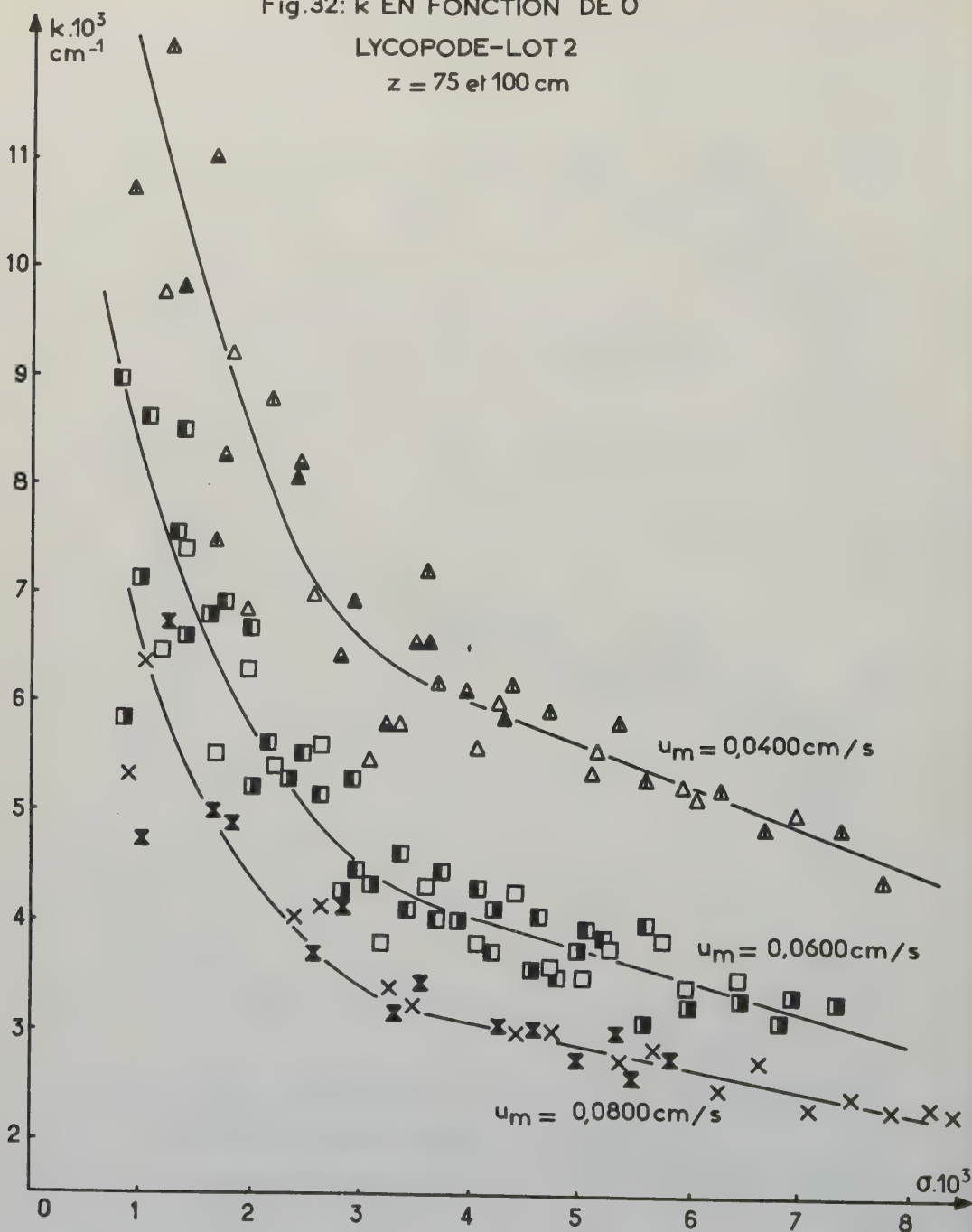
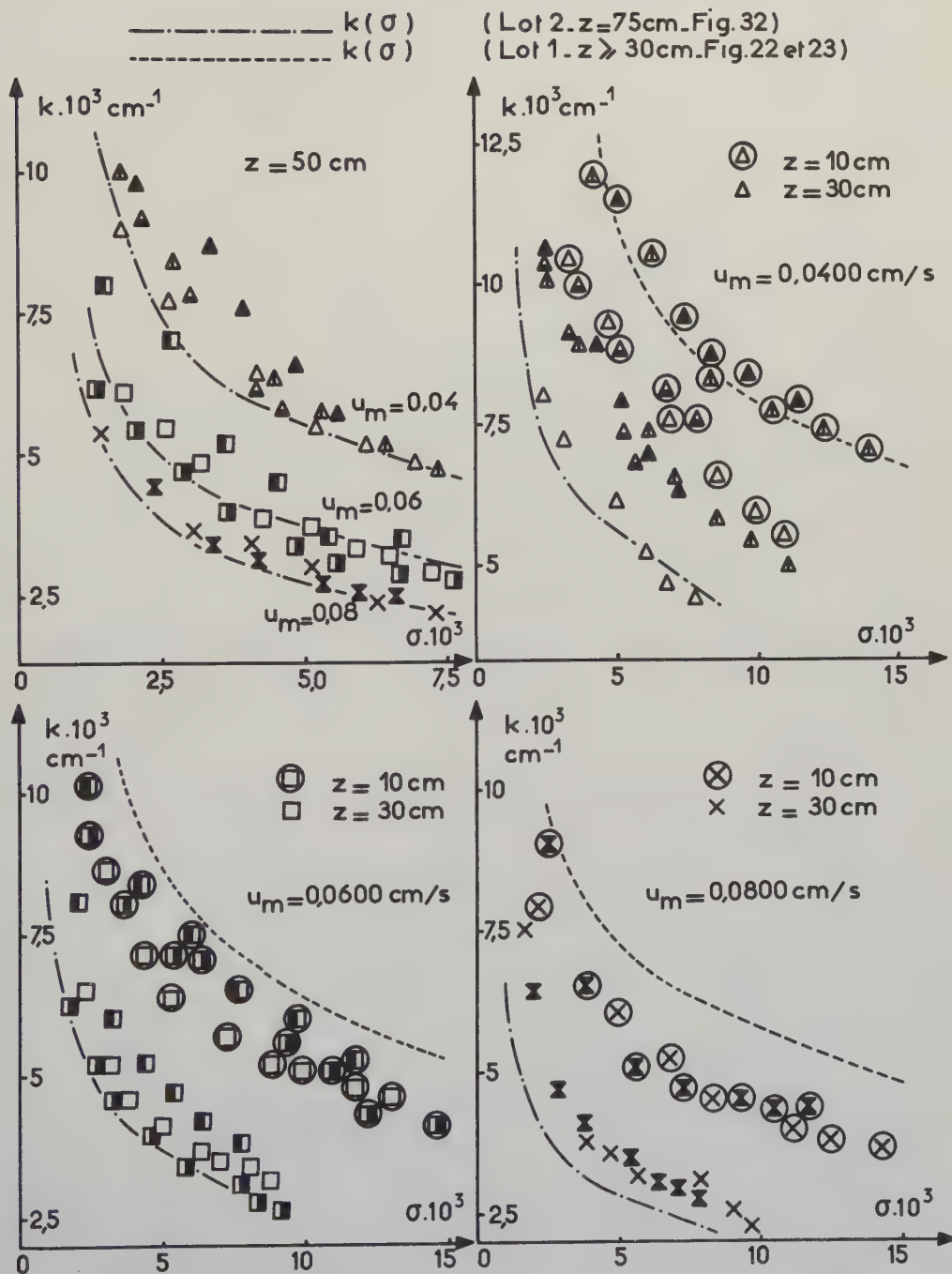


Fig.33: k EN FONCTION DE σ POUR DIFFERENTS z

LYCOPODE-LOT 2



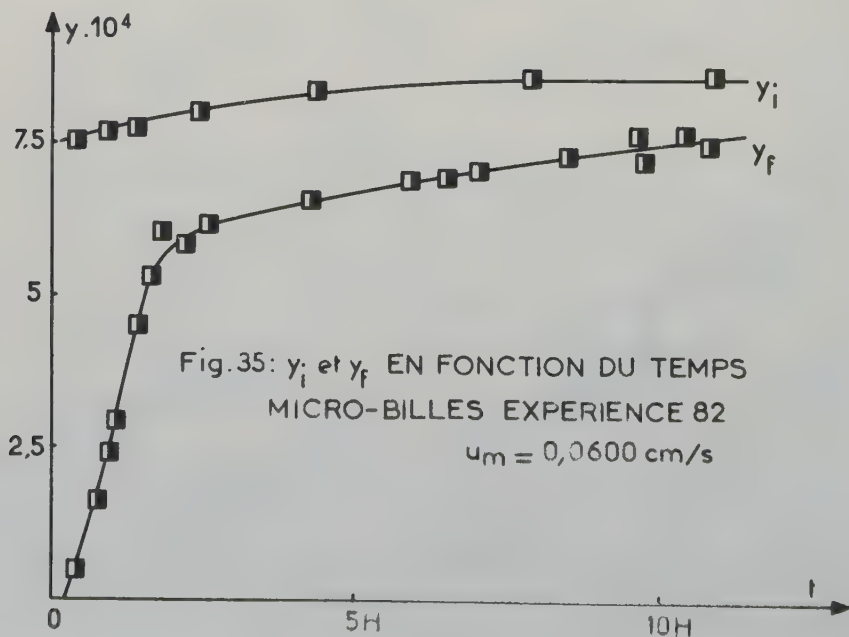
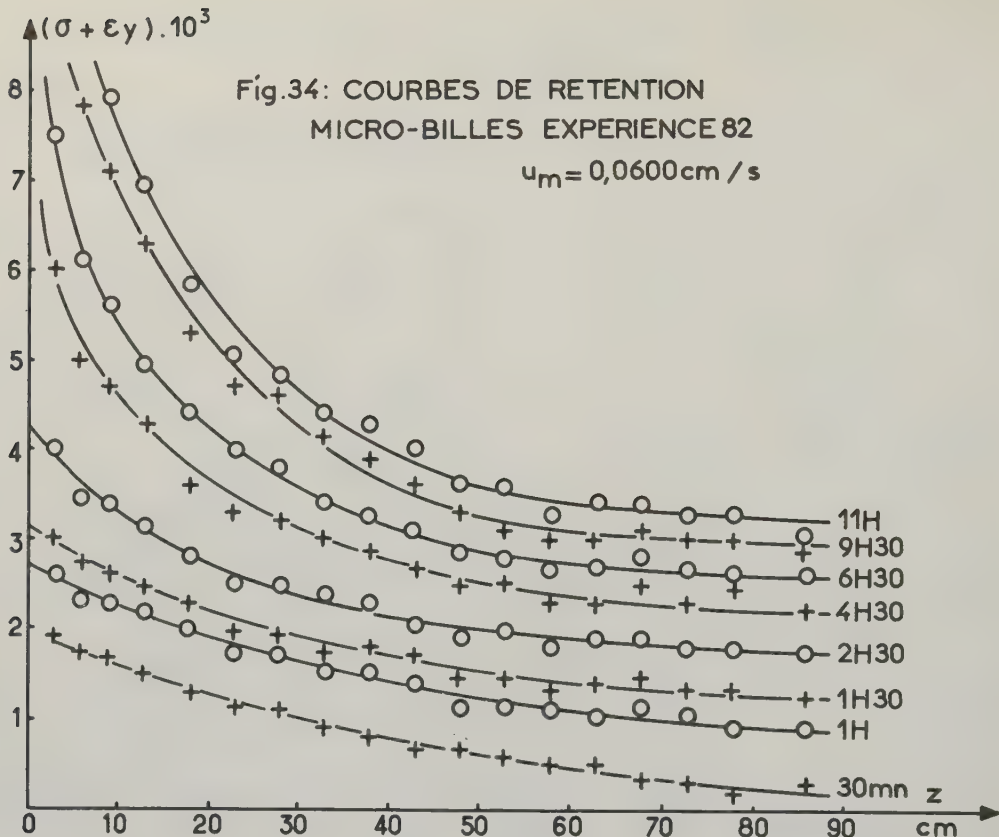


Fig.36: k EN FONCTION DE σ (d'après γ_f)
MICRO-BILLES $z = 100 \text{ cm}$

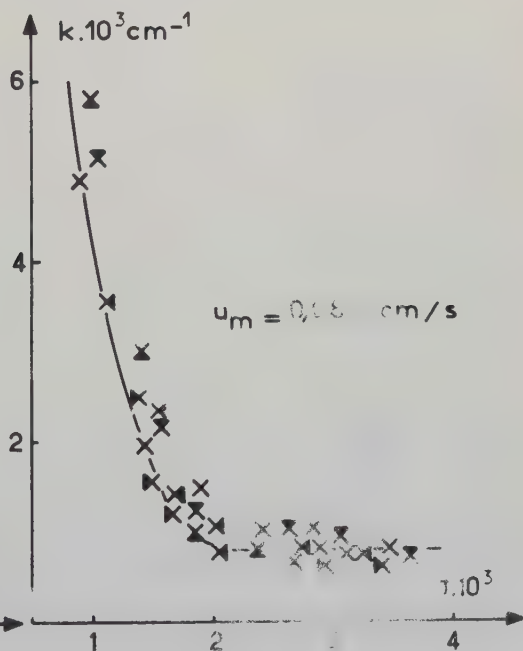
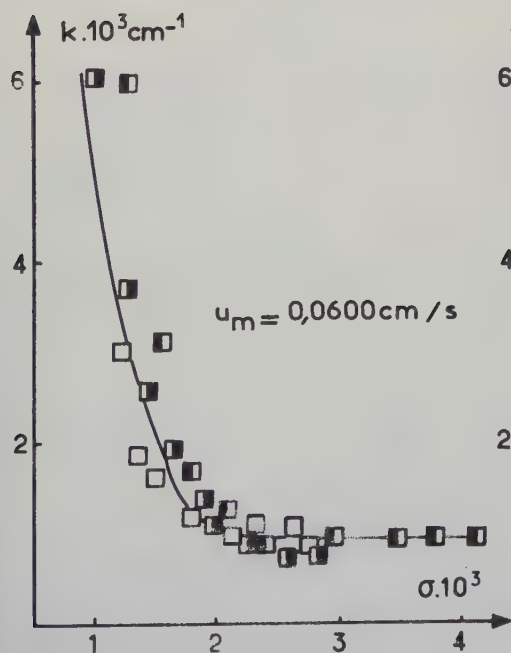
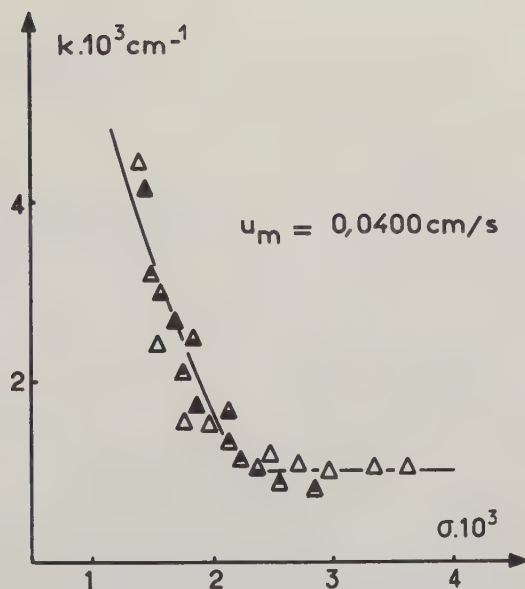


Fig.37: k EN FONCTION DE σ (d'après les rétentions)

MICRO-BILLES $z=100\text{cm}$

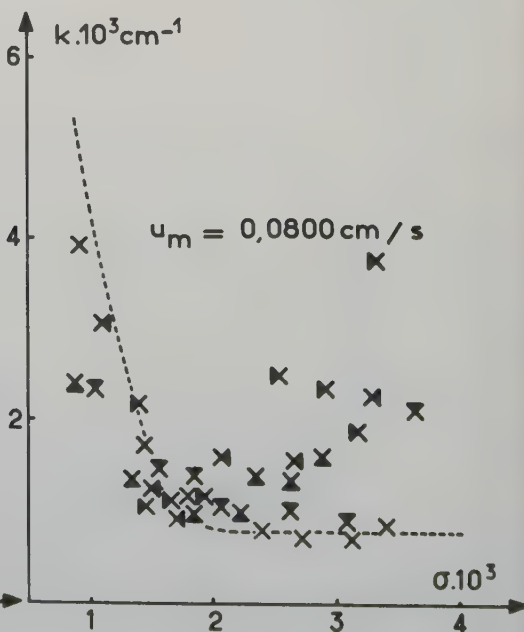
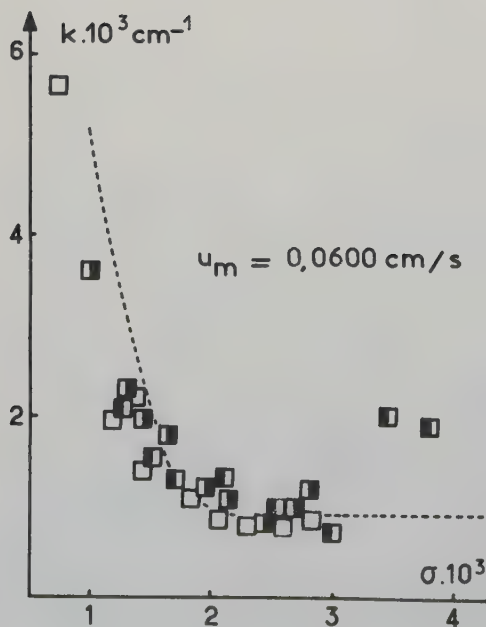
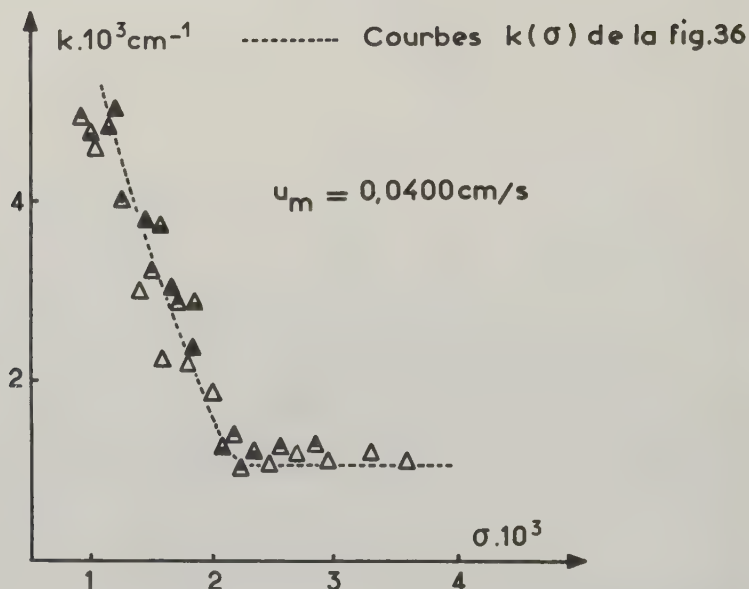


Fig.38: σ_f EN FONCTION DU TEMPS
MICRO-BILLES

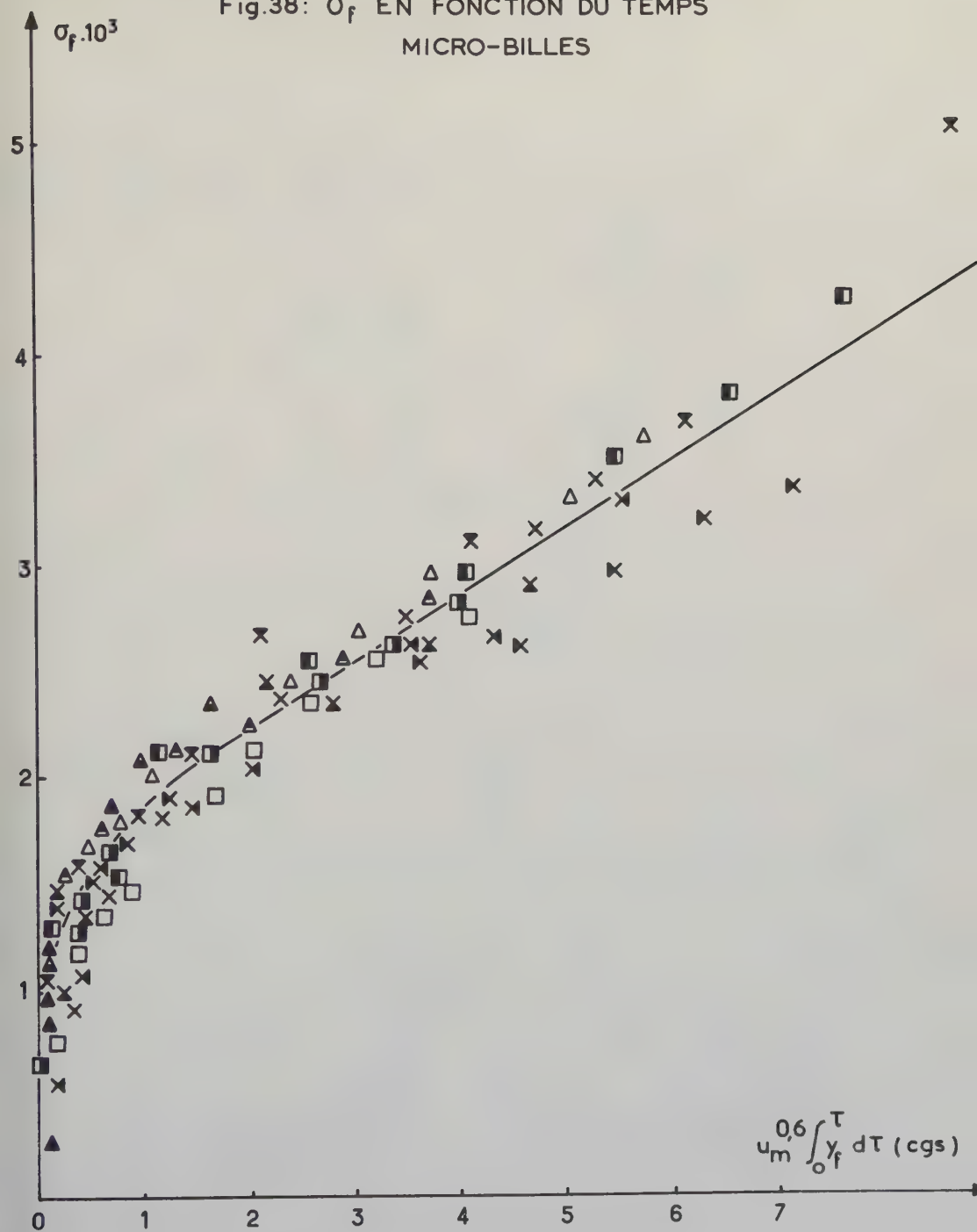


Fig.39: k EN FONCTION DE σ POUR $z=30$ et 50 cm
MICRO-BILLES

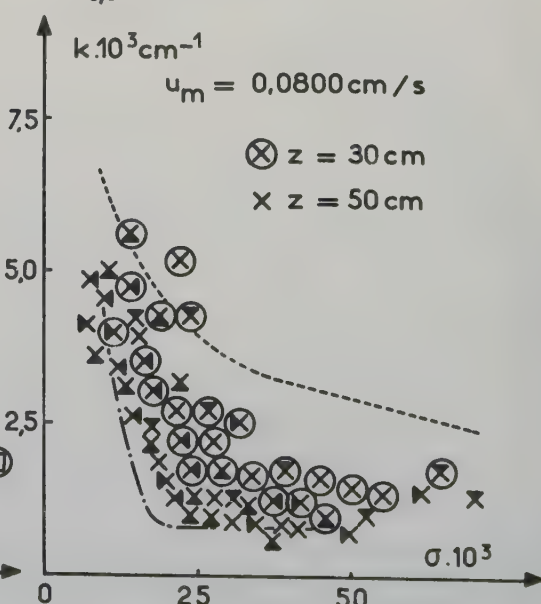
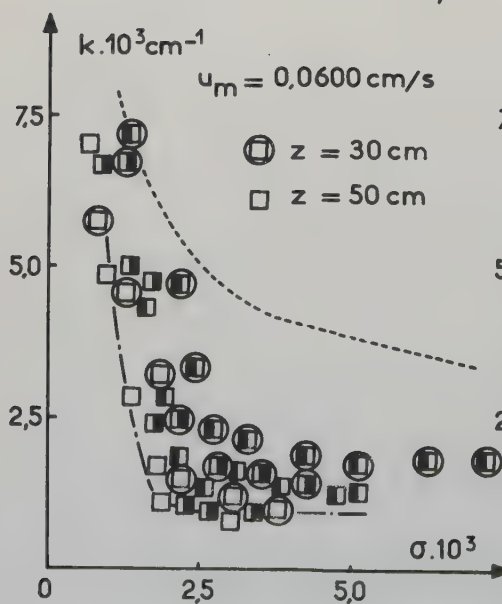
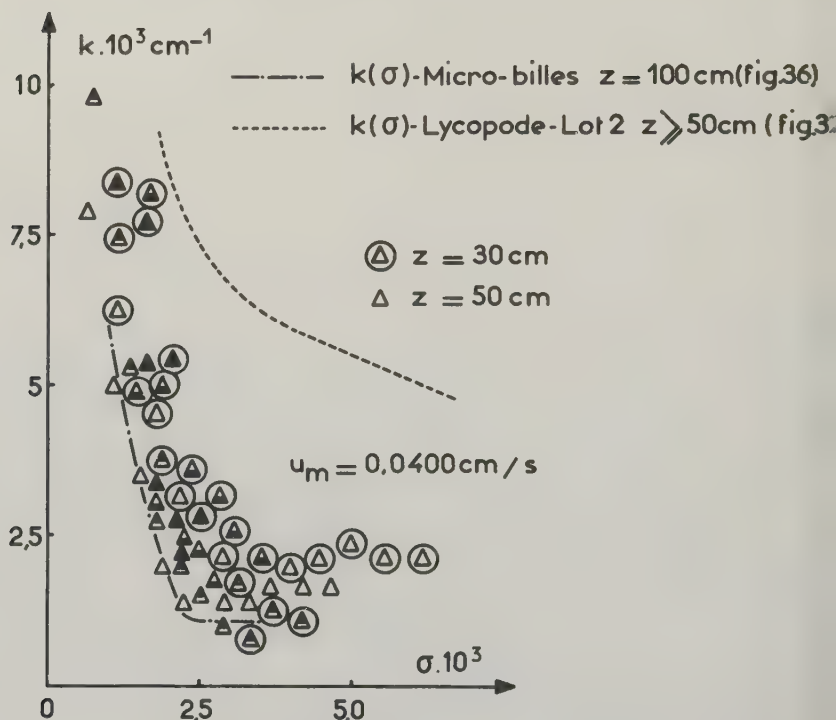


Fig.40: k EN FONCTION DE σ POUR $z = 10\text{cm}$
MICRO-BILLES

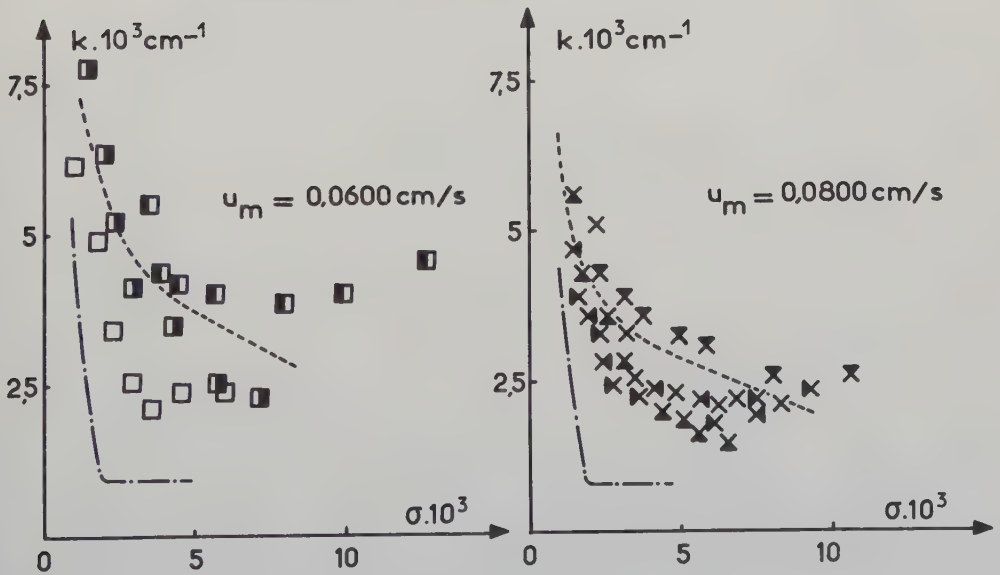
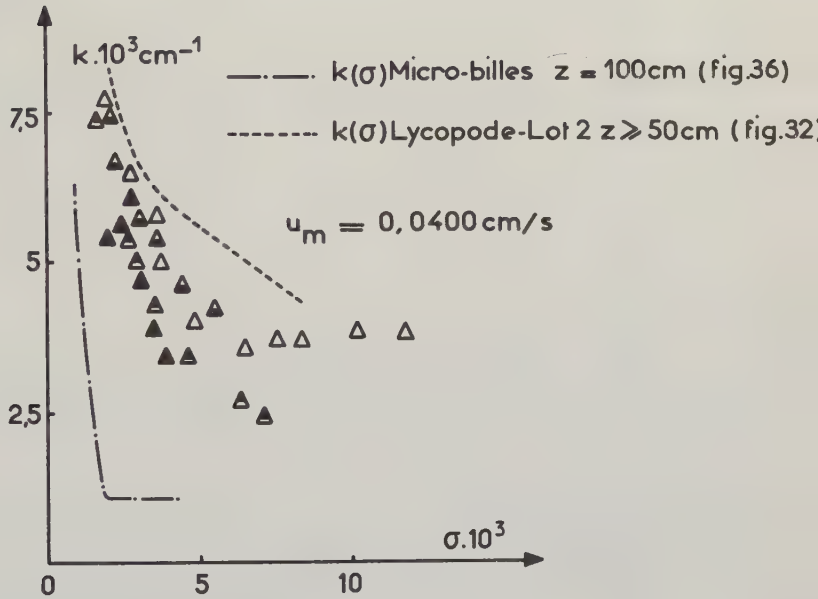


Fig.41: DIAMETRE MOYEN DES PARTICULES A LA SORTIE DU LIT
MICRO-BILLES . EXPERIENCE 88

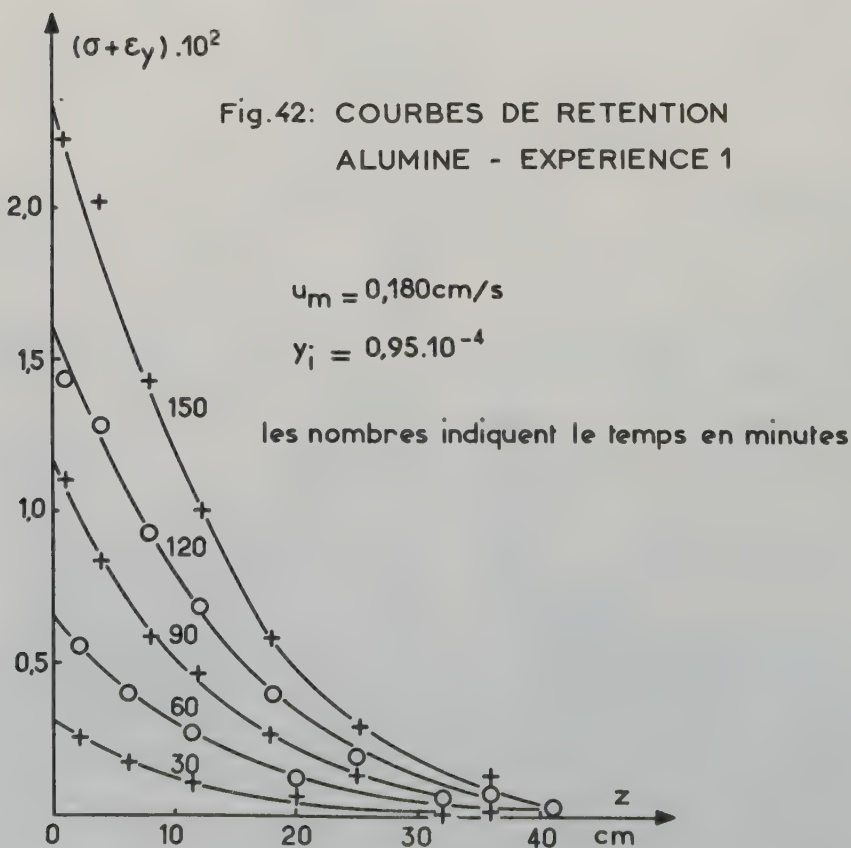
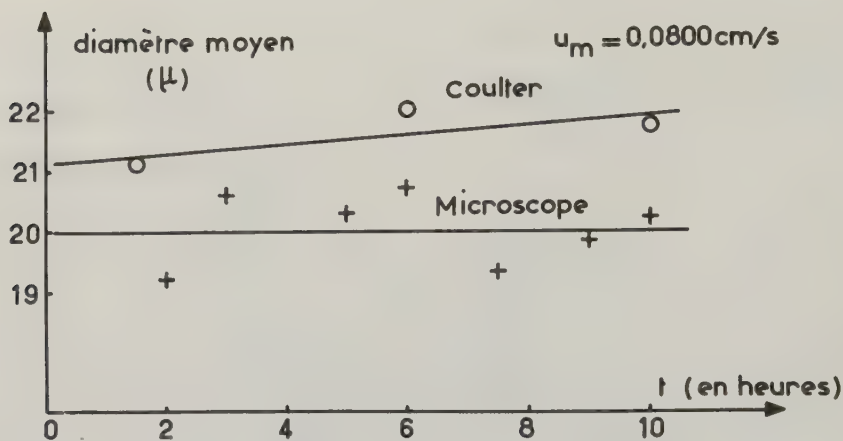


Fig.43: k EN FONCTION DE σ

ALUMINE

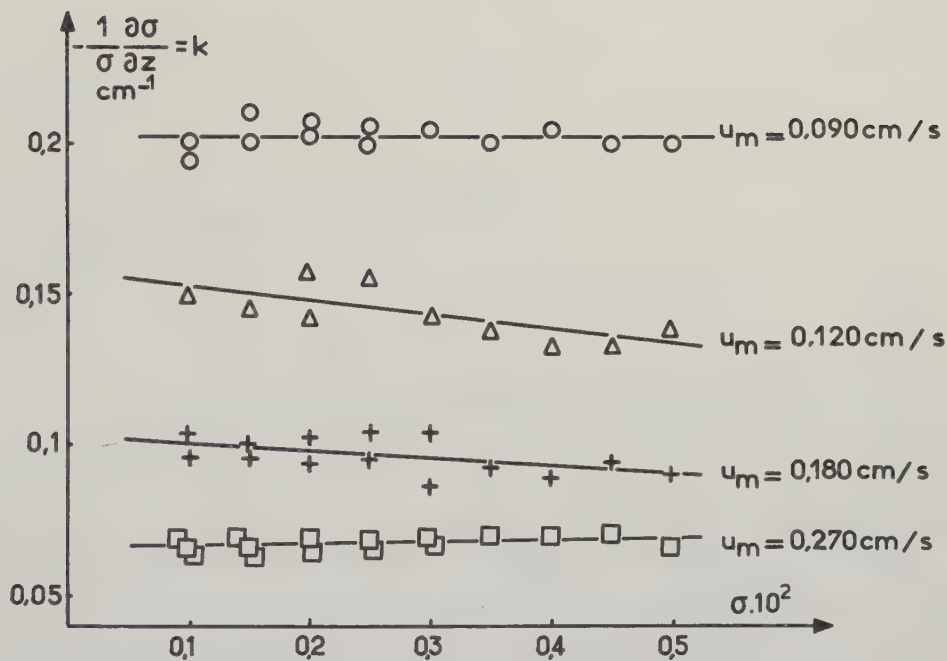


Fig.44: COURBES DE RETENTION
SILICE - EXPERIENCE 57

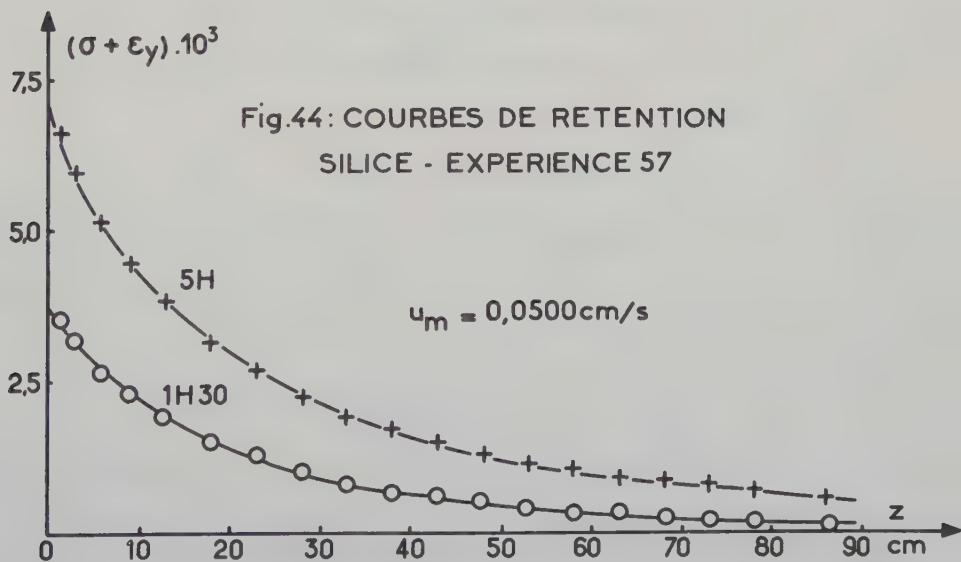


Fig.45: y_i et y_f EN FONCTION DU TEMPS
SILICE - EXPERIENCE 57

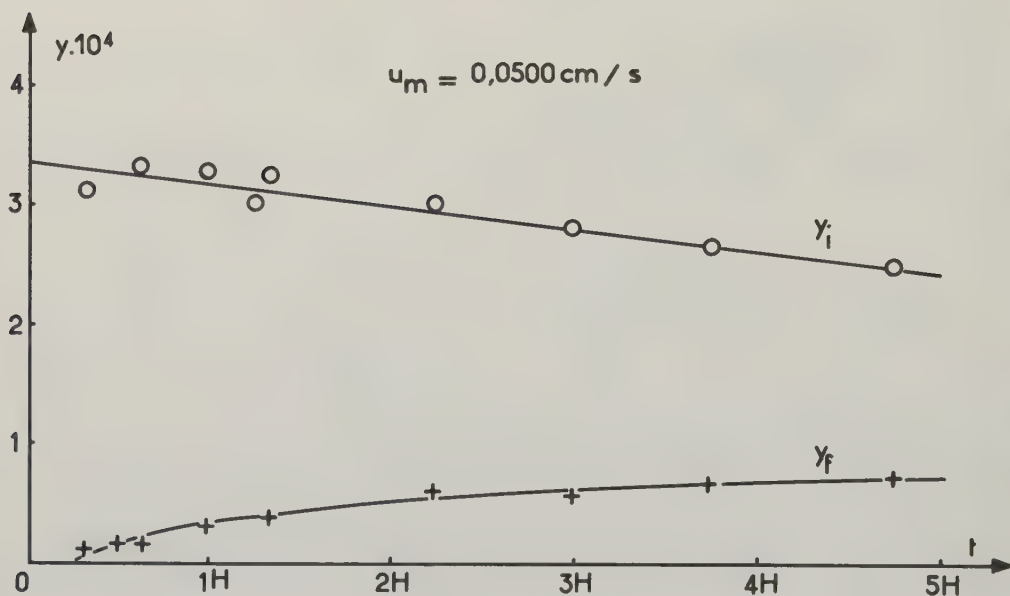


Fig.46: SILICE + TEEPOL
EXPERIENCE 59

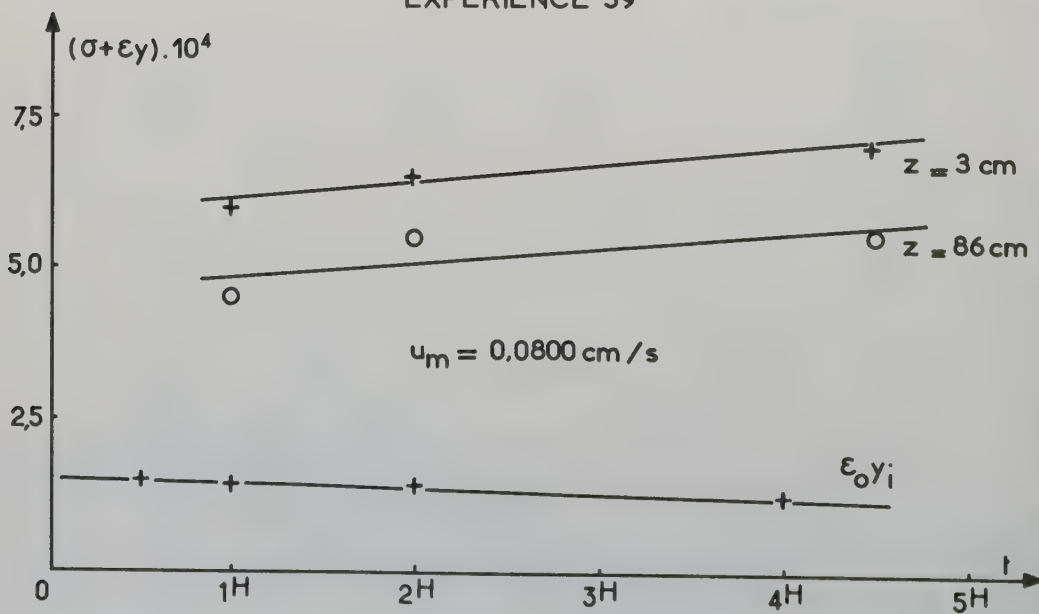


Fig.47: LAVAGE D'UN LIT COLMATE

LYCOPODE - LOT 1 EXPERIENCE 39

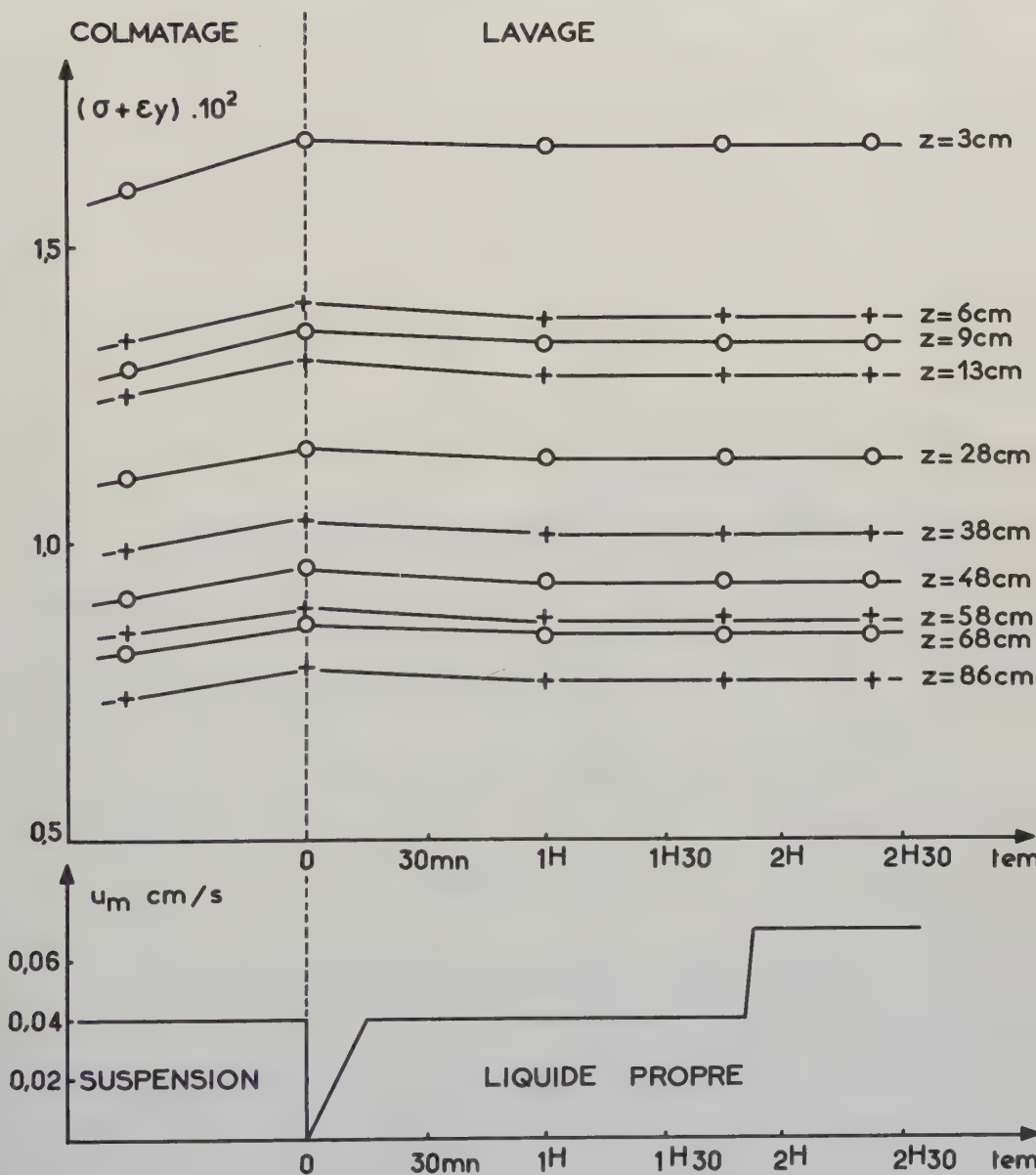


Fig.48: LAVAGE ET DECOLMATAGE
MICRO-BILLES . EXPERIENCE 82

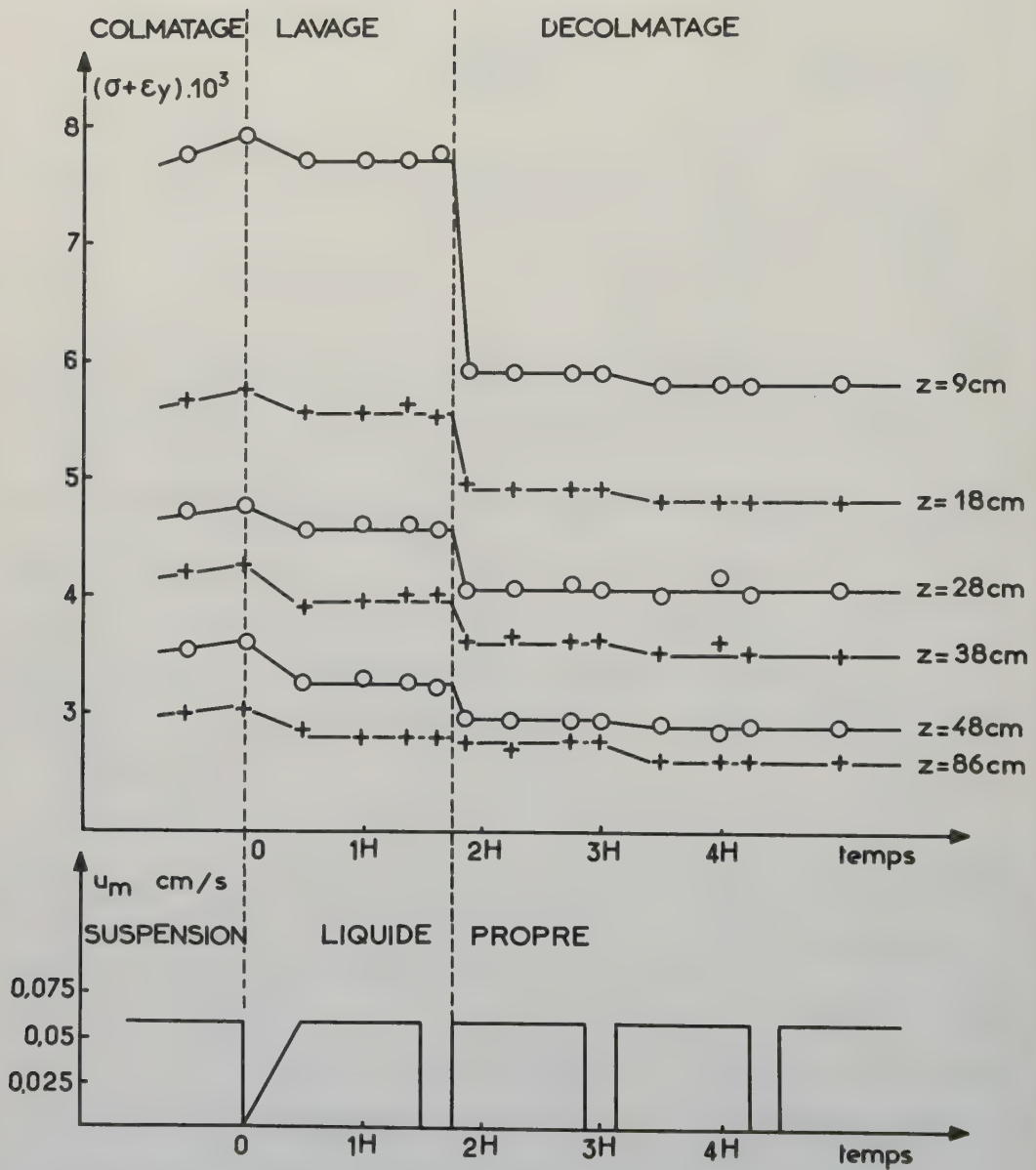


Fig.49: LAVAGE ET INVERSION DU SENS DE L'ÉCOULEMENT
ALUMINE - EXPERIENCE 6

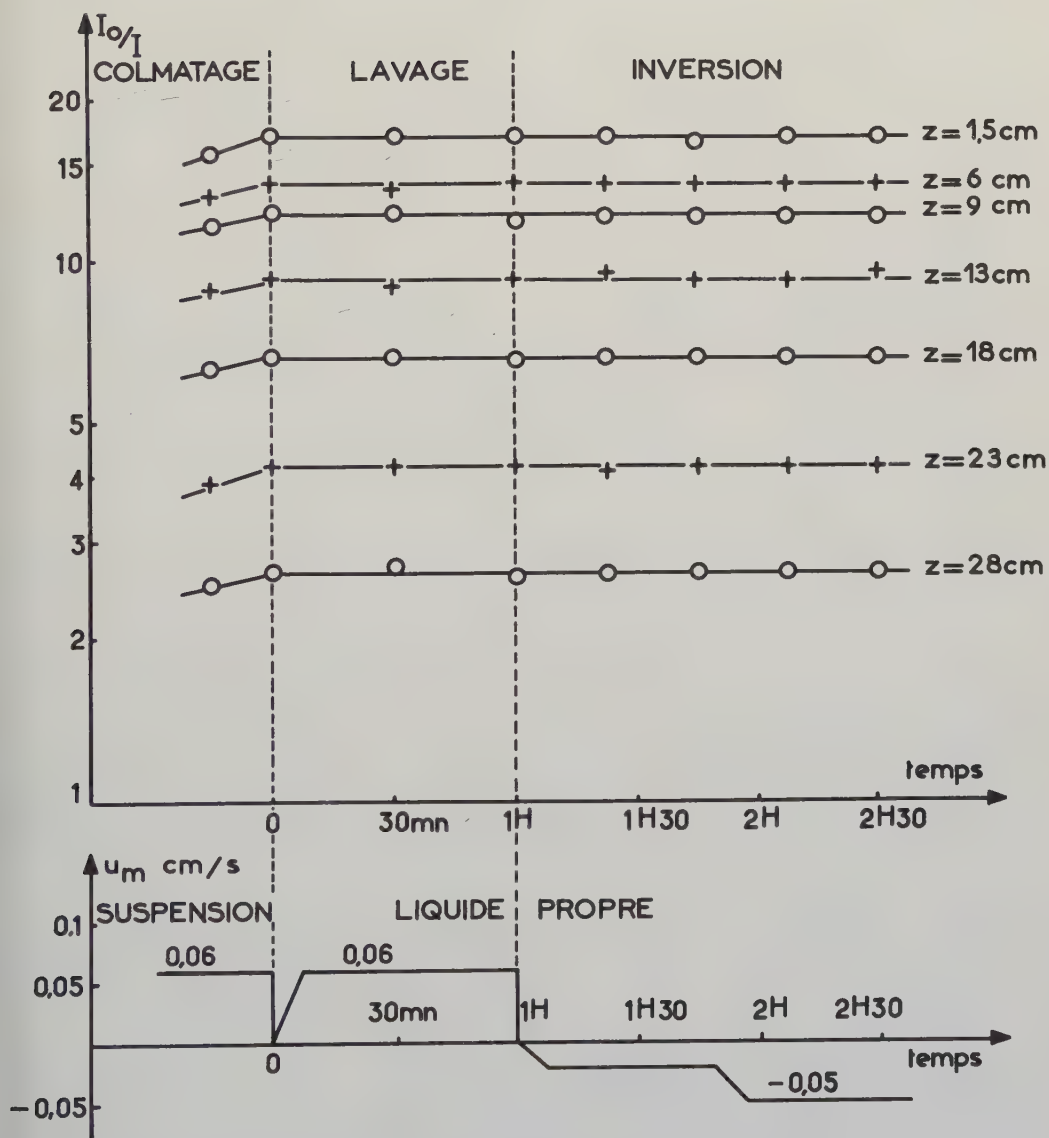


Fig.50: LAVAGE ET INVERSION DU SENS DE L'ÉCOULEMENT
SILICE - EXPERIENCE 60B

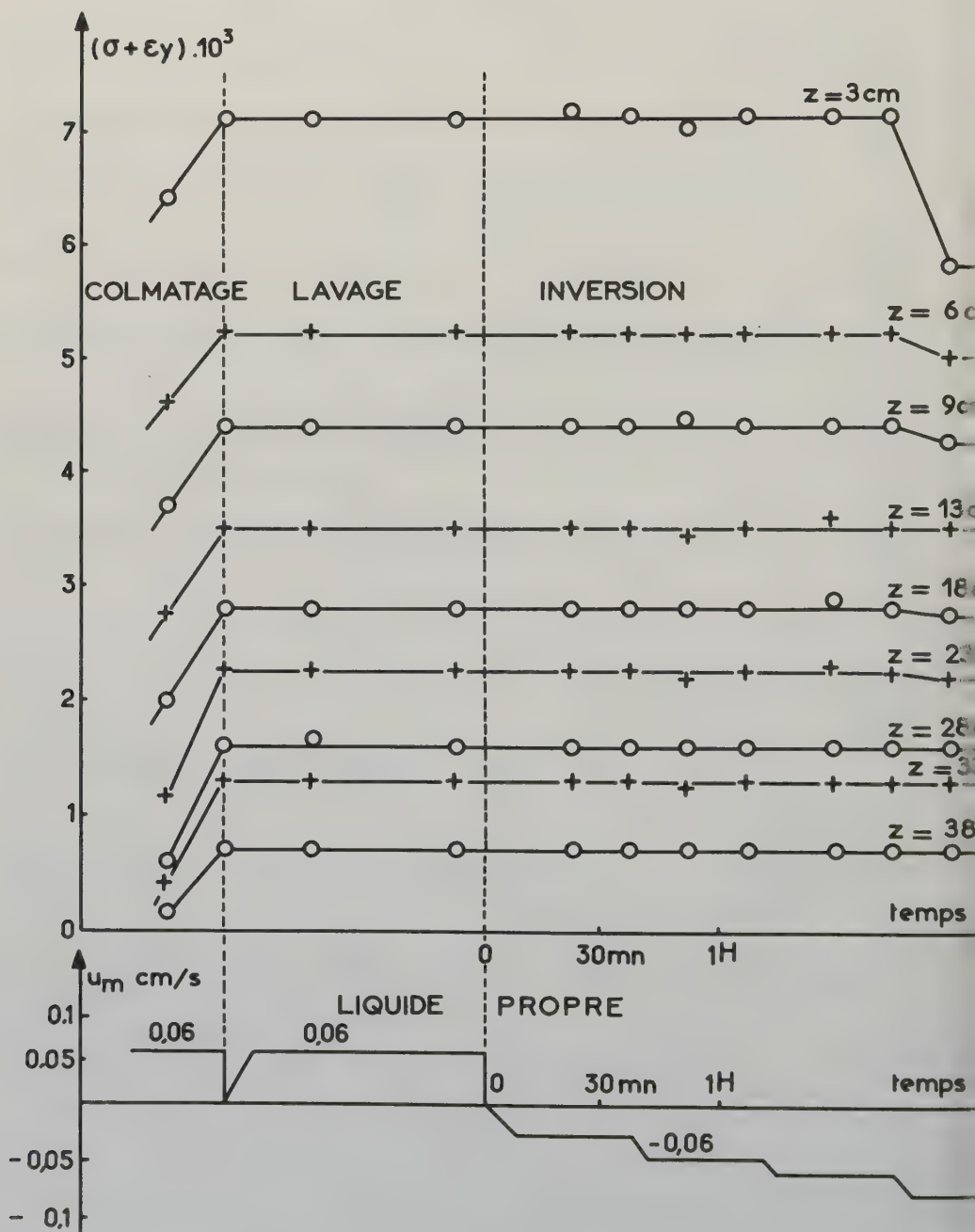


Fig.51:DECOLMATAGE PROVOQUE PAR L'AUGMENTATION BRUTALE
 DU DEBIT DE LIQUIDE PROPRE
 LYCOPODE - LOT 2 - EXPERIENCE 69

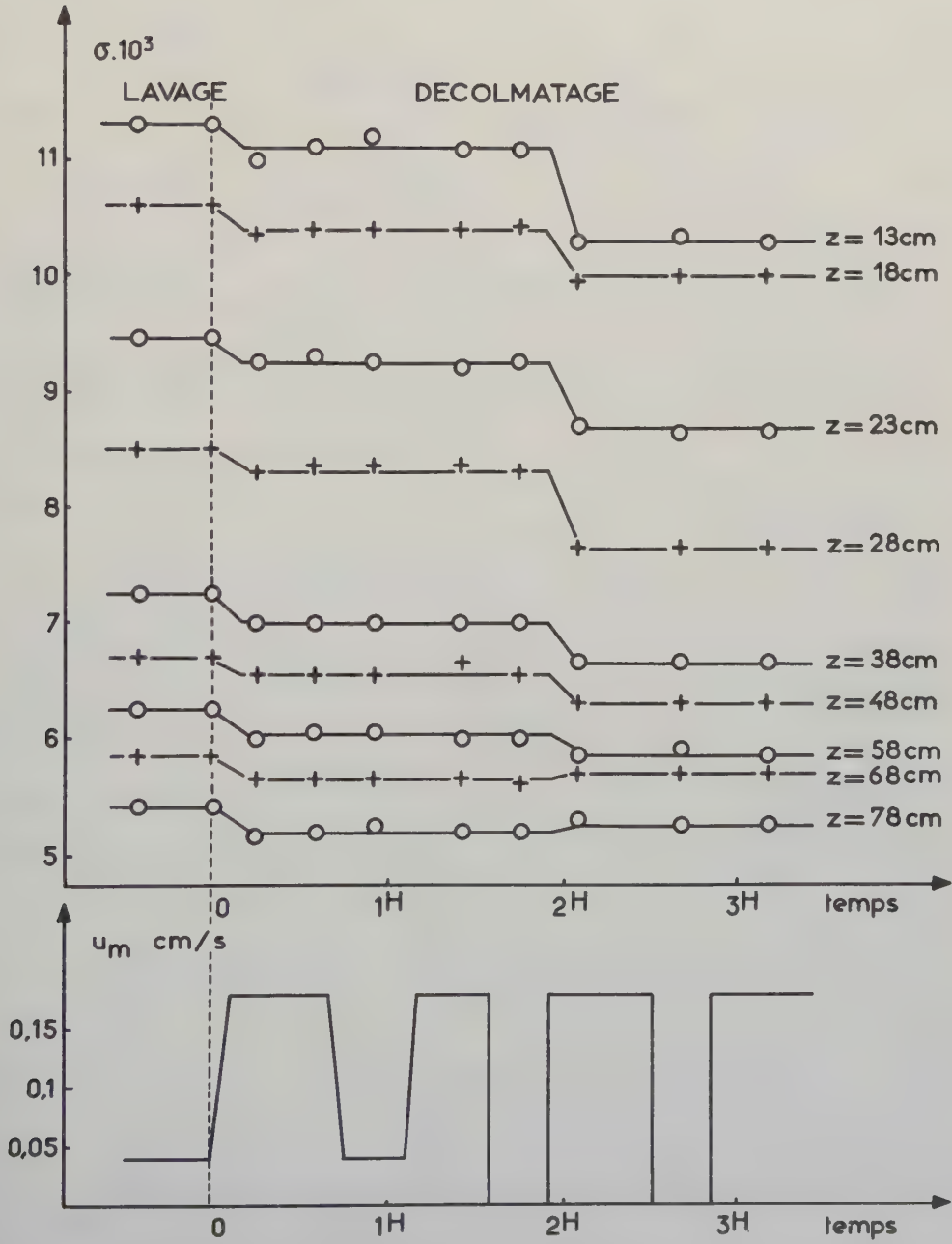


Fig.52: DECOLMATAGE PROVOQUE PAR L'AUGMENTATION
DU DEBIT DE LIQUIDE PROPRE
ALUMINE - EXPERIENCE 5

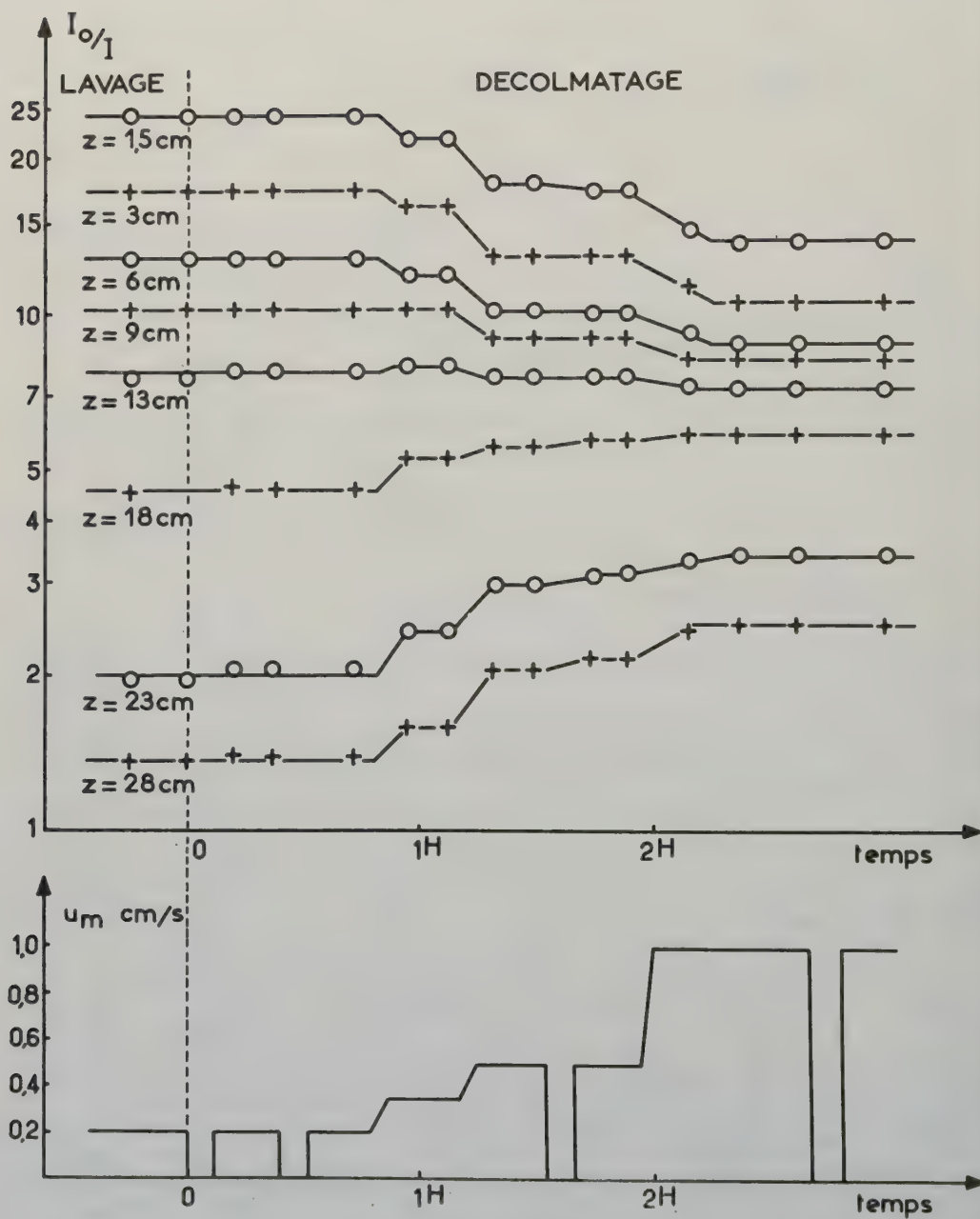


Fig.53: DECOLMATAGE PROVOQUE PAR LA VARIATION
BRUTALE DU DEBIT DE LIQUIDE PROPRE
SILICE - EXPERIENCE 60A

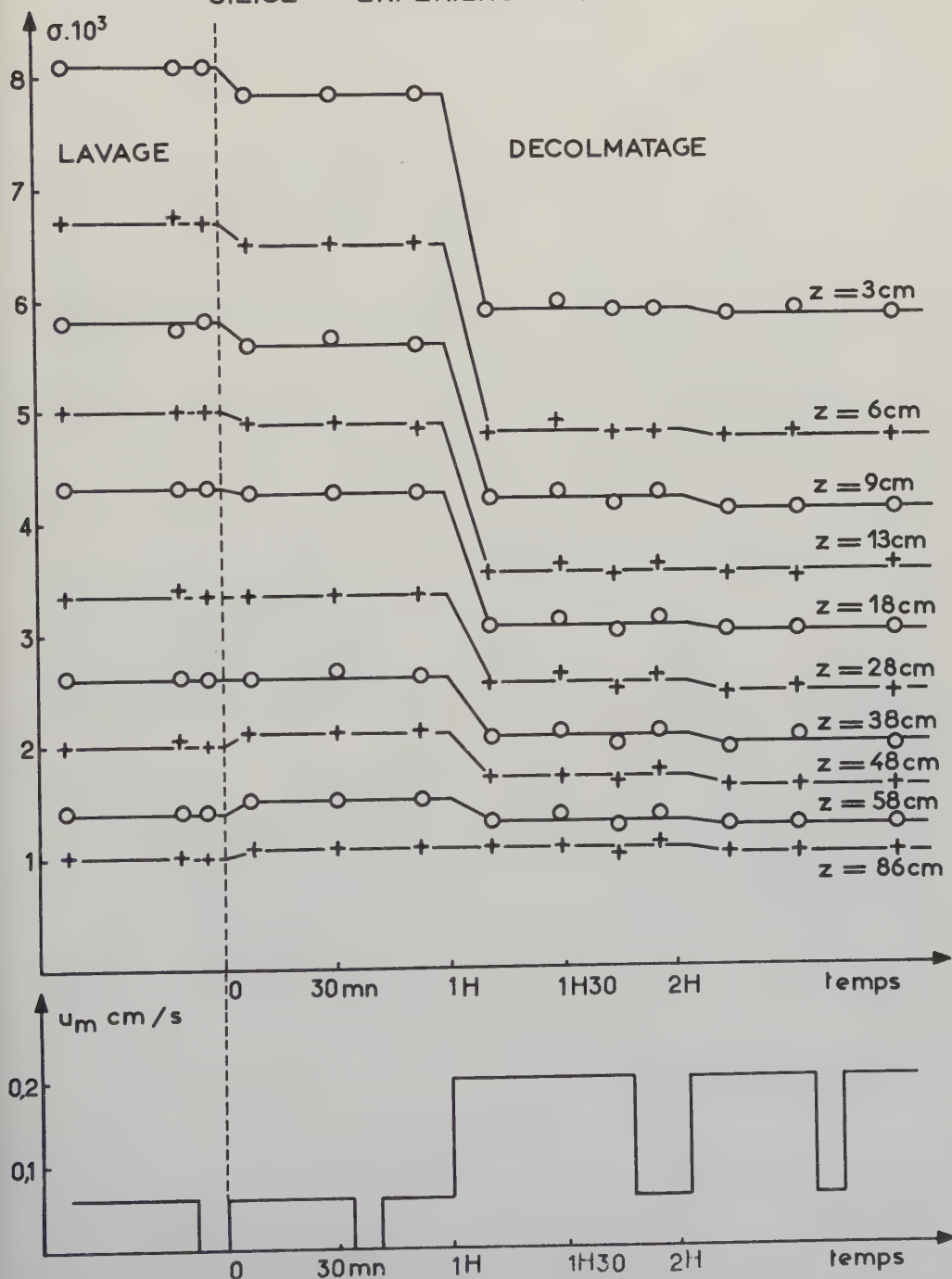


Fig.54:INVERSION DU SENS DE L'ÉCOULEMENT DU LIQUIDE PROPRE
 MICRO-BILLES - EXPERIENCE 85

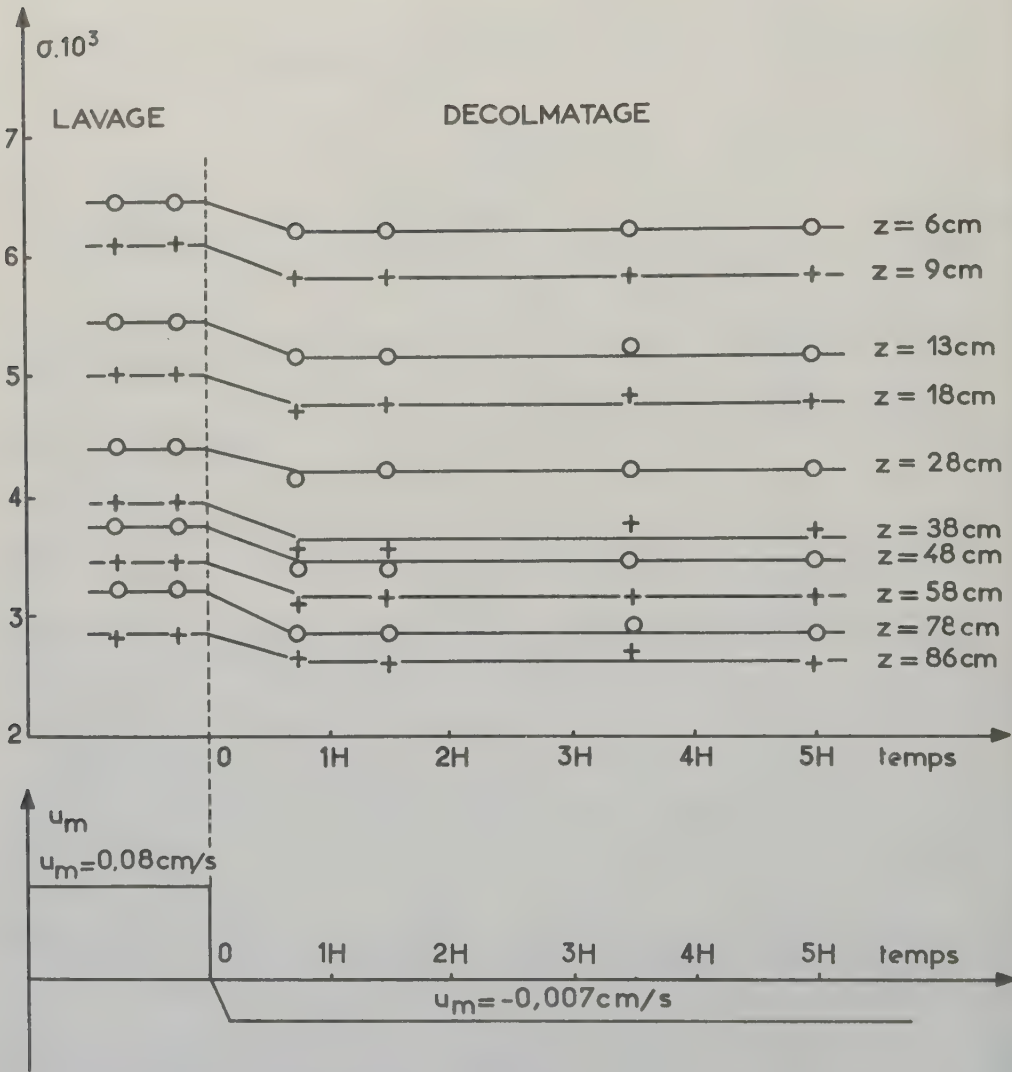
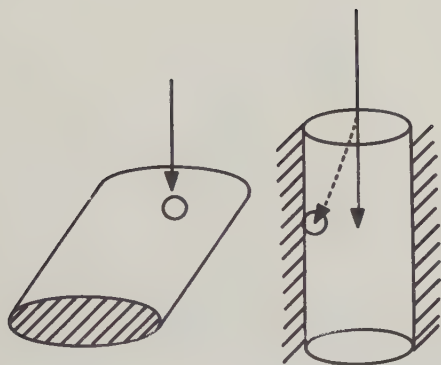
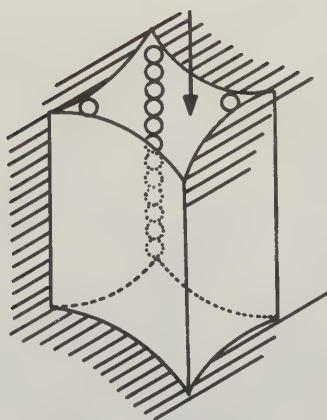


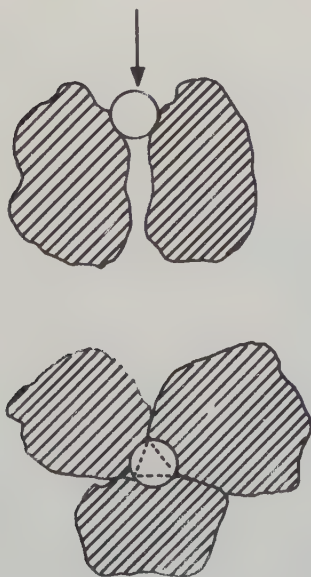
Fig.55: LES SITES DE RETENTION



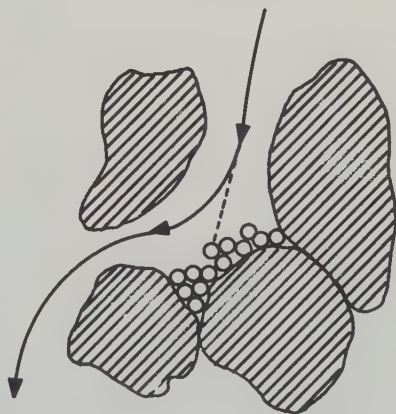
SITES DE SURFACE



SITES DE CREVASSE



SITES DE RETREINT



SITES DE CAVERNE

Fig.56: RAPPORT DES FORCES D'INERTIE ET DE PESANTEUR

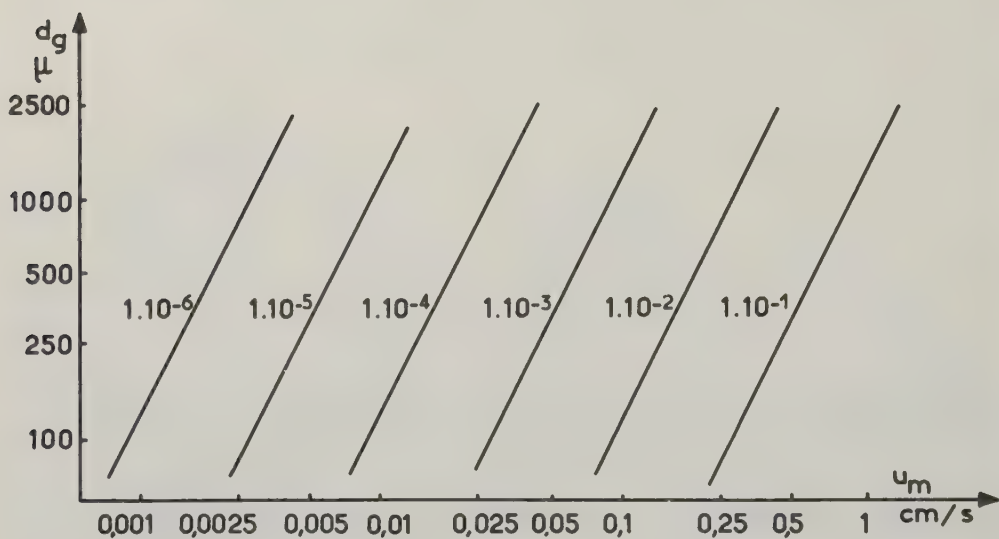
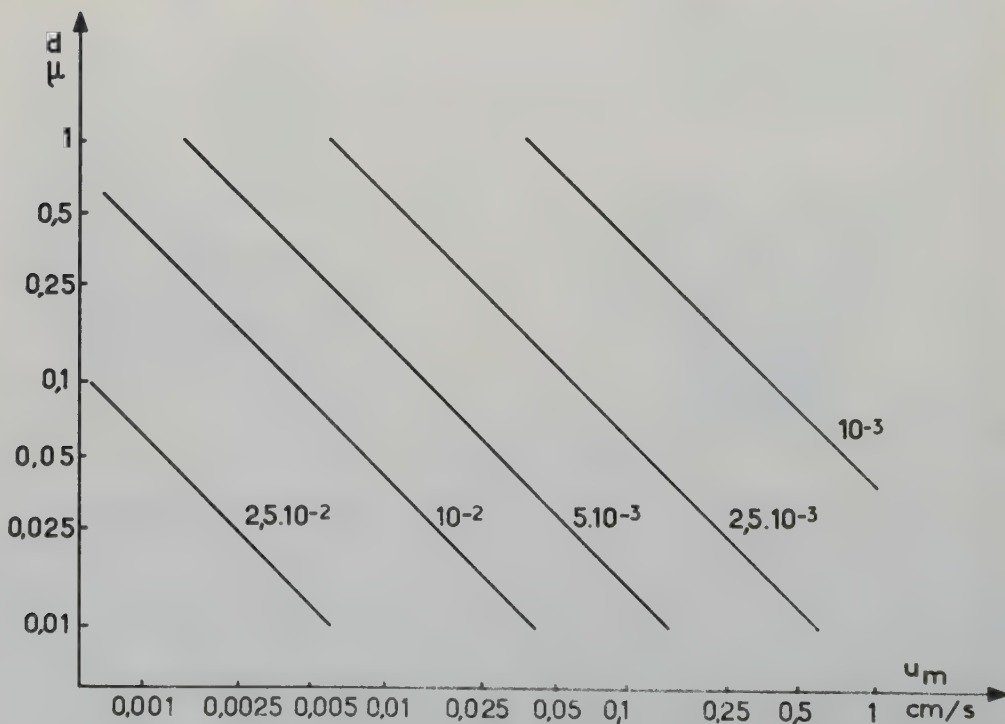


Fig.57: RAPPORT $\frac{\bar{x}}{d_g}$ A 20 °C. ($\epsilon=0,40$. $\eta=0,01$ poise, $d_g=1$ mm)



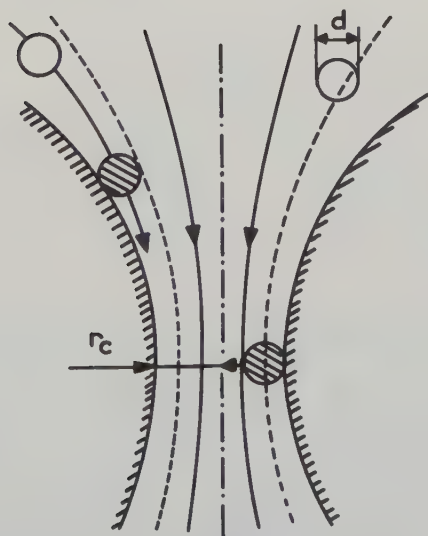
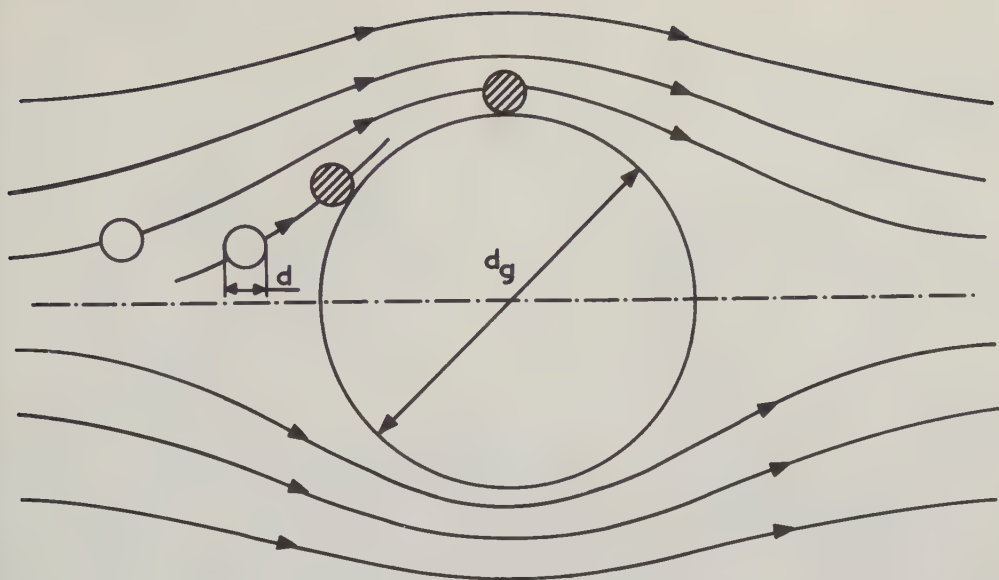
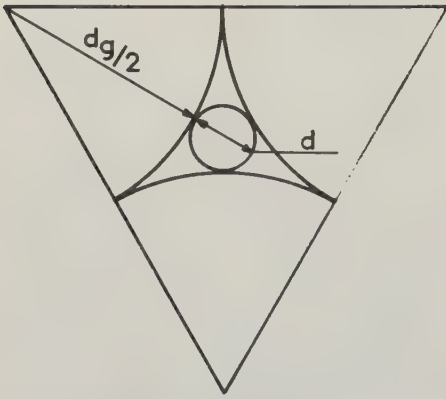
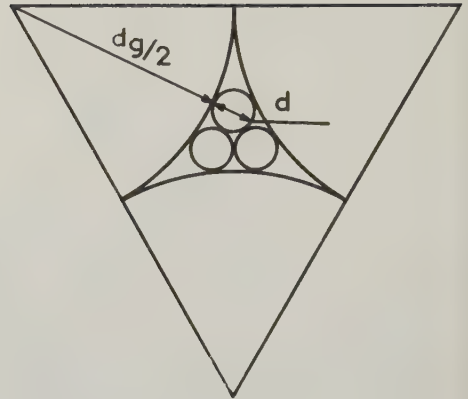


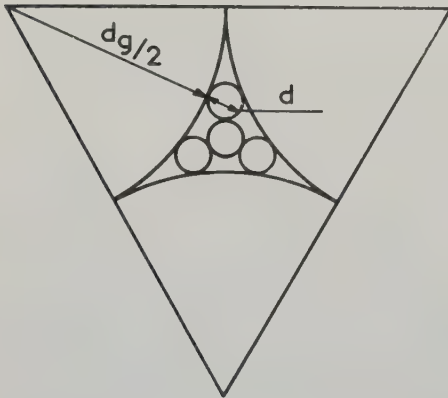
Fig.58 : INTERCEPTION DIRECTE



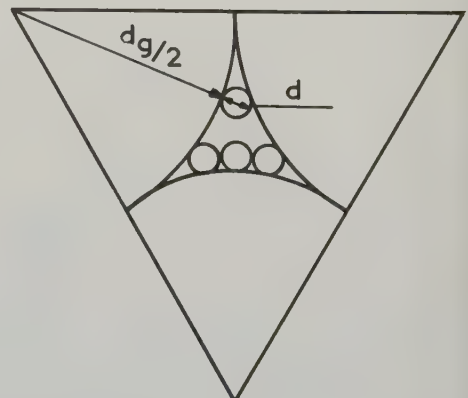
$$\left(\frac{d}{d_g}\right)_{\text{lim.}} = 0,154$$



$$\left(\frac{d}{d_g}\right)_{\text{lim.}} = 0,101$$



$$\left(\frac{d}{d_g}\right)_{\text{lim.}} = 0,082$$



$$\left(\frac{d}{d_g}\right)_{\text{lim.}} = 0,077$$

Fig.59 : BLOCAGE D'UN RETREINT TRIANGULAIRE

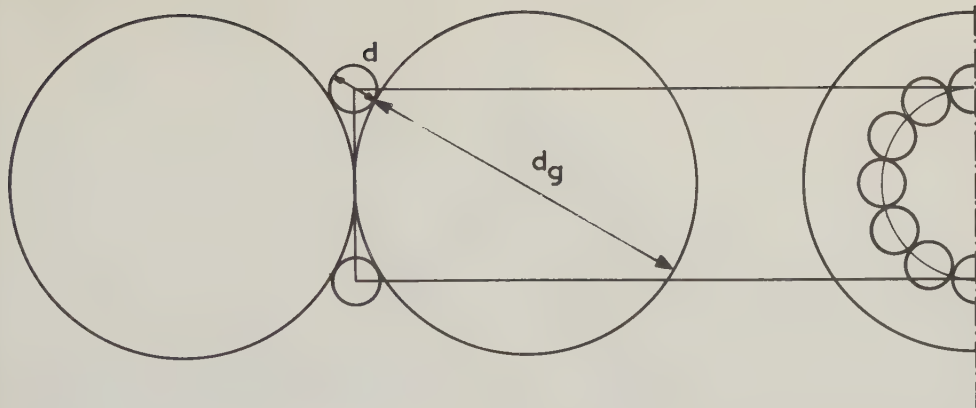


Fig.60 : RETENTION DANS UNE CREVASSE

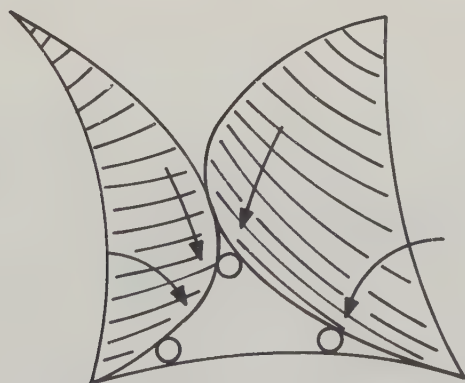
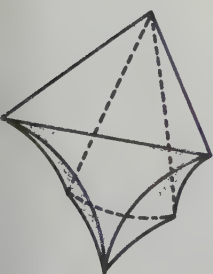
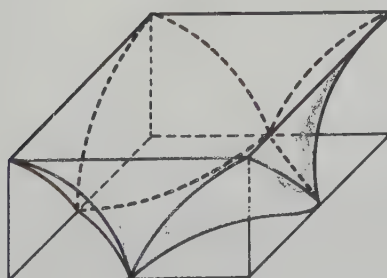


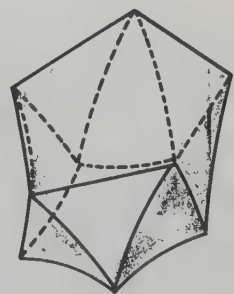
Fig.61 : ECOULEMENT DANS UN RETREINT TRIANGULAIRE



Caverne triangulaire



Caverne carrée



Caverne pentagonale

Fig.62 : TYPES DE CAVERNE

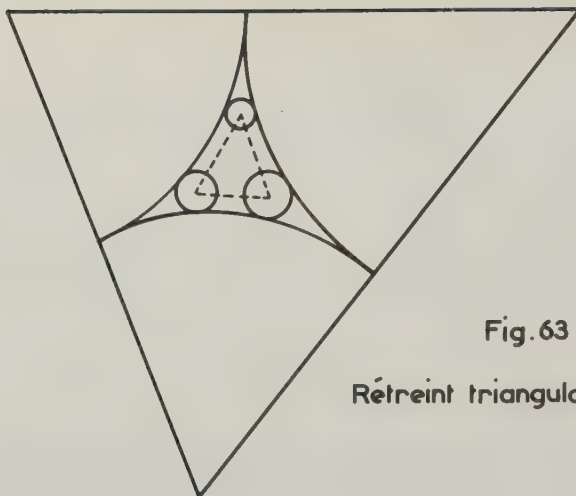


Fig.63

Rétreint triangulaire quelconque

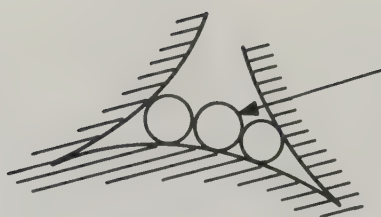
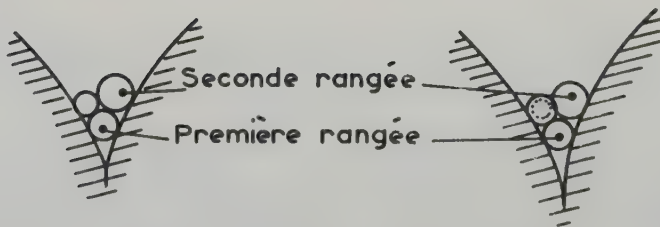


Fig.64

Particule occupant un site de seconde rangée commune à deux crevasses.



Petite particule

Grosse particule

Fig.65: COLMATAGE DES MICRO-BILLES DANS UNE CREVASSE

TABLEAU 23 : Quelques valeurs expérimentales de λ_0

	auteurs	PARTICULES		MILIEU POREUX		débit (cm/s)	$\lambda_0 \cdot 10^{-3} (\text{cm}^{-1})$
		nature	d(μ)	nature	d _g (μ)		
GROSSES PARTICULES	SAKTHIVADIVEL [41]	Styrène	1060 900	billes sphériques de plastique	12 500 12 500	0,0985 0,0985	15 10
	MAROUDAS - EISENKLAM [33]	Polystyrène anguleux	65	billes de verre	2 000	0,63	26
			65		2 000	2,50	7
			65		2 000	8,85	2
			90		2 000	2,50	12
			90		2 000	10,0	4
			125		2 000	2,28	21
			125		2 000	8,35	13
PETITES PARTICULES	IVES-GREGORY [19]	PVC	1,3	billes de verre	460	0,060	24
					460	0,060	33
					460	0,060	70
					460	0,140	20
	IVES-SHOLJI [18]	PVC	1,3	Anthracite	460	0,200	140
					460	0,060	67
					460	0,140	300
					460	0,200	200
		PVC	1,3	Sable	425	0,060	110
					600	0,140	44
	IWASAKI [21]	Bactéries	1	Sable	227	0,0035	100
					227	0,0058	95
					227	0,0081	80
					104	0,0035	512
					104	0,0058	480
MOYENNES PARTICULES	ELIASSEN [7]	hydroxyde de fer	6 - 20	Sable	460	0,140	200
	FOX-CLEASBY [9]	hydroxyde de fer	4 - 25	Sable	700	0,270	100
					700	0,140	60
	IVES [17]	Algues	5	Sable	540	0,140	140
		quartz	2 - 22	Anthracite	700	0,140	147
					770	0,140	64
	IWASAKI [21]	Algues	15	Sable	1 020	0,140	74
					829	0,0035	550
					829	0,0081	520
	MACKRLE [28]	hydroxyde de fer	10	Carbonate de calcium	227	0,0035	1990
					227	0,0081	1400
					227	0,0081	1400
	MAROUDAS - EISENKLAM [33]	quartz anguleux	< 20	billes de verre	1 330	0,140	100
					1 330	0,280	44
					2 000	0,25	17
					2 000	0,36	10
					2 000	0,80	4
					2 000	0,80	4

TABEAU 22 : Conditions expérimentales des principaux travaux réalisés

	auteurs	PARTICULES		MILIEU POREUX		débit (cm/s)	écoulement	floculant ou ions
		nature	d (μ)	nature	d _p (μ)			
GROSSES PARTICULES	SAKTHIVADIVEL [41]	Styrène	900 – 1400	Billes de plastique	12500	0,1 – 0,4	Laminaire	aucun
	MAROUHAS – EISENKLAM [32, 33]	Polystyrène : sphérique anguleux quartz anguleux	125 – 390 65 – 1100 < 50	Modèle Disque fritté Billes de verre	pores > 3000 μ pores > 200 μ 2000	0,06 – 30	Laminaire et intermédiaire	aucun
	DELACHAMBRE [5]	Polystyrène sphérique	60 – 350	cylindres de verre Billes de verre	3300 2280 – 3600		turbulent intermédiaire	aucun
	LECLERC [26]	Lycopode	32	Billes de verre	500 – 1000	0,05 – 2,0	Laminaire	aucun
	EDWARDS – MONKE [6]	Argile	1	Sable	350	0,007	Laminaire	ions
PETITES PARTICULES	HEERTJES – LERK [12]	hydroxyde de fer	0,1 – 1,0	Billes de verre	540 ; 650 ; 780	0,14 – 0,3	Laminaire	Floculant
	HUNTER – ALEXANDER [14]	Argile	0,2 – 1,2	Sable	250 ; 350	0,02	Laminaire	ions
	IVES-GREGORY [19] IVES-SHOLJI [18]	PVC	1,3	Billes de verre Anthracite Sable	425 – 1100	0,06 – 0,200	Laminaire	ions
	JORDEN [23]	Argile	1	graviens	5500	0,007	Laminaire	ions
	O'MELIA – STUMM [38]	précipité ferrique		Billes de verre	4000	0,18	Laminaire	ions
	TRZASKA [47]	Argile	2	Billes de verre	800 ; 1300	0,007 – 0,025	Laminaire	
	YAO [49]	Polystyrène	0,1 – 1,1	Billes de verre	400	0,14	Laminaire	aucun
	BORCHARDT – O'MELIA [2]	Algues	15 – 60	Sable	320 ; 400 ; 525	0,01 – 0,14	Laminaire	avec ou sans floculant
	CLEASBY – BAUMANN [4]	hydroxyde de fer carbonate de calcium	5 1 – 10	Sable	500	0,07 – 0,7	Laminaire	floculant

PARTICULES MOYENNES

Limnologue (1)	type de fer	0 - 20	Sable	400	eau	U, 14	Laminaire	floculant
FOESS [8] - BORCHARDT	Algues	5	Sable	711	eau	0,14	Laminaire	ions
FOX [9] - CLEASBY	hydroxyde de fer	4 - 25	Sable	700	eau	0,2 - 0,4	Laminaire	floculant
GHOSH [10]	Diatomite	20	Sable Billes de verre	460 ; 650 ; 770	eau	0,07 - 0,2	Laminaire	aucun
HSIUNG - CLEASBY [13]	hydroxyde de fer		Sable	386 ; 458 ; 545 ; 649 ; 771	eau	0,4 - 0,8	Laminaire	floculant
IVES [16] ISON-IVES [15] IVES [20] IVES [20] IVES [20]	Algues Kaolinite Sépiolite Diatomite Quartz	4 x 10 ; 5 2,5 - 10 1 - 30 2 - 60 2 - 22	Sable Billes de verre Anthracite	250 - 1300	eau	0,05 - 0,25	Laminaire	aucun
IWASAKI [21]	Algues ; argile bactéries	1 - 40	Sable	100 - 800	eau	0,0035 - 0,012	Laminaire	aucun
KRONE, ORLOB et HODGKINSON [24]	Bactéries	1 x 4	Sable	63 ; 190 ; 400 ; 1100	eau	0,01 - 0,20	Laminaire	aucun
LING [27]	Diatomite	10	Sable	350 - 550	eau	0,07 - 0,40	Laminaire	floculant
MACKRLE [28]	hydroxyde de fer hydroxyde d'aluminium	5 - 20	Sable Anthracite Billes de verre Carbonate de calcium	900 - 1750	eau	0,10 - 0,400	Laminaire	floculant
MINTZ - KRISHTUL [34]	Argile ; humus hydroxyde de fer		Sable	1000 - 2150	eau	0,15 - 0,25	Laminaire	avec ou sans floculant
O'MELIA - CRAPPS [37]	hydroxyde de fer	20	Sable	700	eau	0,14	Laminaire	floculant - ions
SAWFORD - GATES [42]	Bactéries hydroxyde d'aluminium	> 10	Sable	500	eau	0,14	Laminaire	floculant surfloculant
SMITH [44]	Argile	5	Sable	600	eau	0,14	Laminaire	floculant - ions
STANLEY [45]	hydroxyde de fer		Sable	250 - 750	eau	0,07 - 0,4	Laminaire	floculant
STEIN [46]	hydroxyde de fer hydroxyde d'aluminium	10 - 20	Sable Cylindres de leucite	450 600	eau	0,13 - 1,0 0,07 - 1,0	Laminaire	floculant
YAO [49]	Stréane	7,6 - 25,7	Billes de verre	400	eau	0,14	Laminaire	aucun

ANNEXE 1

RESOLUTION ANALYTIQUE DU SYSTEME DIFFERENTIEL DU COLMATAGE POUR QUELQUES CAS SIMPLES (LIT UNIFORME)

$$1) \quad F(\sigma) = 1$$

$$\cdot \sigma_i = k_o u_m y_i \tau$$

$$\cdot \sigma = k_o u_m y_i \tau \exp(-k_o z)$$

$$\cdot y = y_i \exp(-k_o z)$$

$$\cdot \left(\frac{\bar{y}}{y_i}\right) = \exp(-k_o z)$$

$$2) \quad F(\sigma) = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}$$

$$\cdot \sigma_i = \sigma_M \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c}\right)\right]$$

$$\cdot \frac{\sigma}{\sigma_M} = \frac{1 - \exp(\tau/\tau_c)}{1 - \exp(\tau/\tau_c) - \exp(k_o z)}$$

$$\cdot \frac{y}{y_i} = \frac{\exp(\tau/\tau_c)}{\exp(k_o z) + \exp(\tau/\tau_c) - 1}$$

$$\cdot \left(\frac{\bar{y}}{y_i}\right) = \frac{\tau_c}{\tau} \left(\ln \left| \exp(k_o z) + \exp\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right) - 1 \right| - k_o z\right)$$

$$\text{avec } \tau_c = \frac{\sigma_M}{k_o u_m y_i}$$

$$3) \quad F(\sigma) = 1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_M}\right)^2$$

$$\cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\exp(2\tau/\tau_c) - 1}{\exp(2\tau/\tau_c) + 1}$$

$$\cdot \frac{\sigma}{\sigma_M} = [1 + (S^2 - 1) \exp(2k_0 z)]^{-1/2}$$

$$\cdot \frac{y}{y_i} = S [1 + (S^2 - 1) \exp(2k_0 z)]^{-1/2}$$

avec $S = \frac{\sigma_M}{\sigma_i} = \frac{1 + \exp(2\tau/\tau_c)}{-1 + \exp(2\tau/\tau_c)}$

4) $F(\sigma) = (1 - \frac{\sigma}{\sigma_M})^{1/2}$

$$\cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\tau}{\tau_c} (1 - \frac{1}{4} \frac{\tau}{\tau_c})$$

$$\cdot \text{Ln} \frac{\sigma}{\sigma_i} + 2 \text{Ln} \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_M}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}}} = -k_0 z$$

5) $F(\sigma) = (1 - \frac{\sigma}{\sigma_M})^{3/2}$

$$\cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\tau}{\tau_c} \frac{4 + \tau/\tau_c}{(2 + \tau/\tau_c)^2}$$

$$\cdot \text{Ln} \frac{\sigma}{\sigma_i} + 2 \text{Ln} \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_M}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}}} + 2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_M}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_M}}} \right] = -k_0 z$$

6) $F(\sigma) = (1 - \frac{\sigma}{\sigma_M})^2$

$$\cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\tau/\tau_c}{1 + \tau/\tau_c}$$

$$\cdot \text{Ln} \frac{\sigma}{\sigma_i} + \text{Ln} \frac{1 - \sigma_i/\sigma_M}{1 - \sigma/\sigma_M} + \frac{1}{1 - \sigma/\sigma_M} - \frac{1}{1 - \sigma_i/\sigma_M} = -k_0 z$$

7) $F(\sigma) = (1 - \frac{\sigma}{\sigma_m}) (1 - \frac{\sigma}{\sigma_M})$

σ_m est une constante ; σ_M la valeur maximale de σ (saturation)

$$\sigma_i = \frac{\sigma_m \sigma_M [1 - \exp S']}{\sigma_M - \sigma_m \exp (S')}$$

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_i} + \frac{\sigma_m}{\sigma_M - \sigma_m} \ln \frac{\sigma_M - \sigma}{\sigma_M - \sigma_i} - \frac{\sigma_M}{\sigma_M - \sigma_m} \ln \frac{\sigma_m - \sigma}{\sigma_m - \sigma_i} = -k_o z$$

avec
$$S' = \frac{\sigma_m - \sigma_M}{\sigma_m} \frac{\tau}{\tau_c}$$

INTEGRATION DU SYSTEME DIFFERENTIEL (LIT ANNULAIRE)

$$F(\sigma) = 1$$

$$k_o = k_{oi} \left(\frac{r}{r_i} \right)^n$$

$$\sigma_i = k_{oi} u_{mi} y_i \tau$$

$$\sigma = k_{oi} u_{mi} y_i \tau \left(\frac{r}{r_i} \right)^{n-1} \exp \left(- \frac{k_{oi} r_i}{n+1} \left[\left(\frac{r}{r_i} \right)^{n+1} - 1 \right] \right)$$

$$y = y_i \exp \left(- \frac{k_{oi} r_i}{n+1} \left[\left(\frac{r}{r_i} \right)^{n+1} - 1 \right] \right)$$

$$\left(\frac{\bar{y}}{y_i} \right) = \exp \left(- \frac{k_{oi} r_i}{n+1} \left[\left(\frac{r}{r_i} \right)^{n+1} - 1 \right] \right)$$

$$\frac{y}{y_i} = \frac{\sigma}{\sigma_i} \left(\frac{r}{r_i} \right)^{n-1}$$

ANNEXE II

VERIFICATION DES PROPRIETES MACROSCOPIQUES

Dans le chapitre I nous avons établi un certain nombre de propriétés à partir de l'équation cinétique du premier ordre ; nous montrerons ici qu'elles sont effectivement observées au cours du colmatage des milieux poreux. Nous nous limitons bien sûr à la partie inférieure du lit où il a été vérifié que le lit est homogène.

1) Particules de Lycopode du lot 1

11) Vitesse d'avancement du front de rétention

Au paragraphe 14 nous avons montré que la vitesse d'avancement du front est $V_F = u_m \frac{y_i}{\sigma_i}$ et que σ_i ne dépend que de $k_0 u_m \int_0^\tau y_i d\tau$. Le rapport adimensionnel $\frac{V_F}{u_m y_i} = \frac{1}{\sigma_i}$ ne sera donc fonction que de $u_m^{0.5} \int_0^\tau y_i d\tau$ puisque k_0 est proportionnel à $u_m^{-0.5}$; c'est ce que nous vérifions expérimentalement de la manière suivante :

- * On assimile les courbes $\sigma + \epsilon y(z)$ à t donné aux courbes $\sigma(z)$ à τ donné, ce qui provoque peu d'erreur si $\sigma > 0,30 \cdot 10^{-2}$.
- * Pour chaque courbe de rétention on prend pour valeur de τ l'âge de la rétention au milieu du lit à l'instant où la courbe est relevée.
- * Pour chaque courbe de rétention on calcule deux vitesses moyennes d'avancement du front en utilisant les courbes de rétention précédente et suivante et on prend la moyenne de ces deux vitesses pour caractériser la vitesse instantanée.
- * On mesure la distance entre les courbes de rétention pour z voisin de 35 et 75 cm.

La figure A1 montre que $\frac{V_F}{u_m y_i}$ ne dépend effectivement que de $k_0 u_m \int_0^\tau y_i d\tau$ et que les courbes de rétention sont parallèles puisque la vitesse V_F est la même pour $z \sim 35$ et 75 cm.

12) σ en fonction du temps

Puisque σ ne dépend que de $k_0 z$ et $k_0 u_m y_i \tau$ (§ 145), les points expérimentaux se placeront sur les mêmes courbes σ en fonction de $k_0 u_m y_i \tau$ à z donné pour des essais réalisés dans les mêmes conditions mais avec des concentrations y_i différentes. C'est ce que nous vérifions (fig. A2) en portant

σ en fonction de $u_m \int_0^\tau y_i d\tau$ (y_i est en effet variable) pour u_m et z donnés.

13) Graphique des rétentions

Nous rassemblerons tous les points expérimentaux sur un même graphique en portant $k_0 z$ en fonction de $k_0 u_m y_i \tau$ à σ donné. Comme nous ne connaissons pas k_0 avec précision, nous avons en fait porté $z u_m^{-0.5}$ en fonction de $u_m^{0.5} \int_0^\tau y_i d\tau$, ce qui est équivalent car seuls u_m et y_i ont varié.

Pour établir ce graphique (fig.A3) nous avons procédé ainsi :

- * $\sigma + \epsilon y$ et σ sont confondus ce qui est admissible pour $\sigma \geq 5 \cdot 10^{-3}$;
- * τ est l'âge de la rétention au milieu du lit comme précédemment ;
- * les points situés à $z < 30$ cm sont bien sûr écartés.

2) Particules de Lycopode du lot 2

21) σ_f en fonction du temps

Comme σ_f ne dépend que de $k_0 u_m \int_0^\tau y_f d\tau$ (§ 2 533) pour le lot 2, σ_f ne sera fonction que de $u_m^{0.1} \int_0^\tau y_f d\tau$ ($n = 0,9$), c'est effectivement ce qu'on observe (fig.A4).

22) y_f / y_i en fonction du temps

Au cours du paragraphe 14 nous avons toujours pris la couche d'entrée comme couche de référence ; or il est équivalent de prendre la couche de sortie et en particulier, le rapport $\frac{y_f}{y_i}$ ne dépendra que des groupes adimensionnels $k_0 z$ et $k_0 u_m \int_0^\tau y_f d\tau$. Dans le cas d'expériences réalisées avec le même débit, ce rapport ne dépendra que de $u_m \int_0^\tau y_f d\tau$: c'est ce qu'on observe (figure 31).

23) Vitesse d'avancement du front

D'après la relation (31)

$$V_F = u_m \frac{y_f}{\sigma_f} \quad (31)$$

et

$$\frac{V_F}{u_m y_f} = \frac{1}{\sigma_f}$$

Par conséquent, le rapport adimensionnel $\frac{V_F}{u_m y_f}$ ne doit dépendre que de $u_m^{0.1} \int_0^\tau y_f d\tau$ comme σ_f .

Pour vérifier ce point nous avons calculé V_F de la même manière que pour le lot 1 ; nous n'avons cette fois utilisé que les couches inférieures du lit ($z > 50$ cm) là où les courbes de rétention sont à peu près parallèles et pris pour τ l'âge de la rétention dans le plan de sortie du lit. La figure A5 montre que les points se rassemblent un peu au-dessous de la courbe $1/\sigma_f$: il y a donc une légère erreur peut-être due au fait que ϵy n'est pas réellement négligeable devant σ et τ et t non identifiables.

LYCOPODE - LOT 1

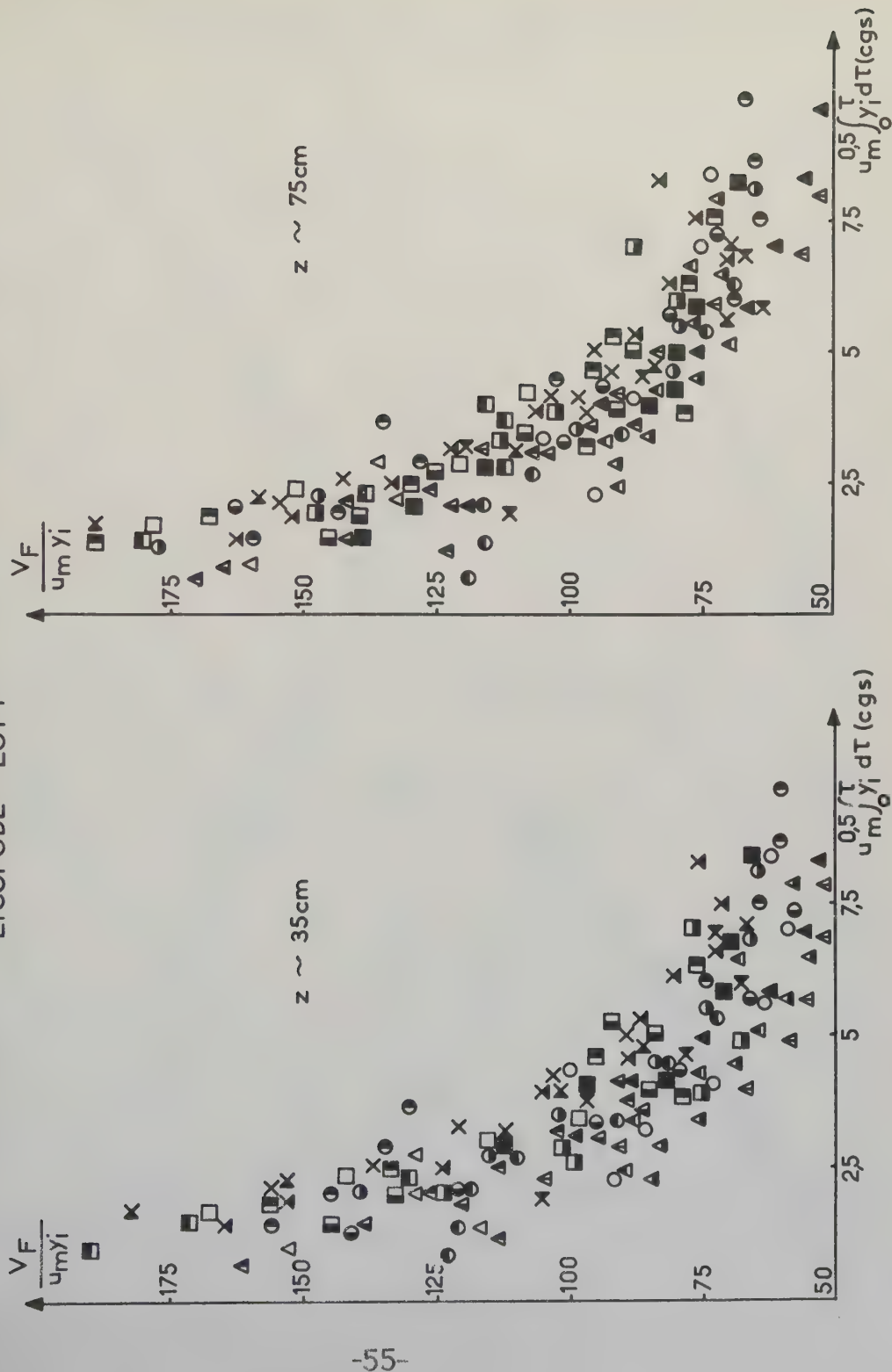


Fig.A2: σ EN FONCTION DU TEMPS POUR $z = 50\text{cm}$
LYCOPODE - LOT 1

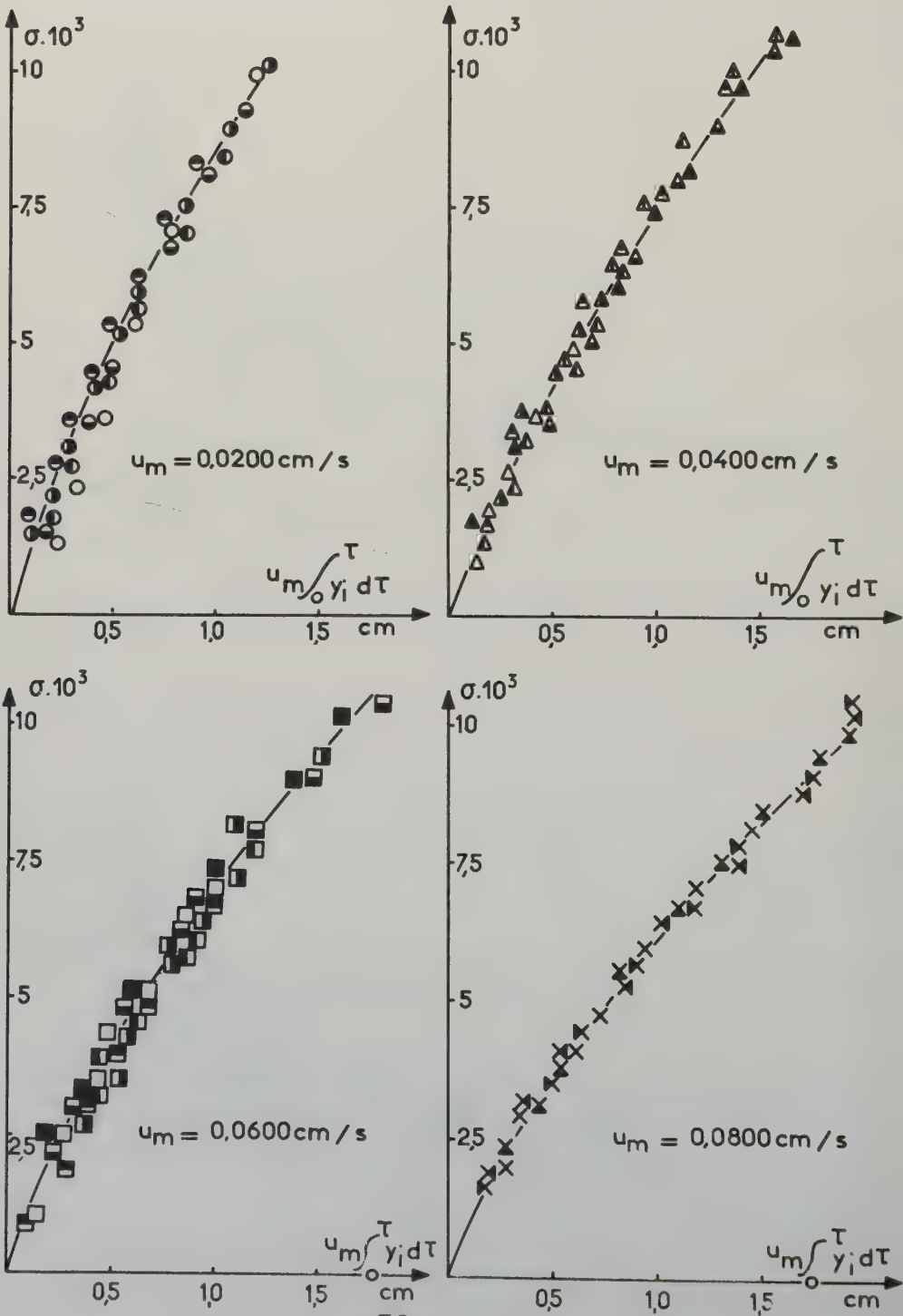


Fig.A3: GRAPHIQUE DES RETENTIONS
LYCOPODE – LOT 1

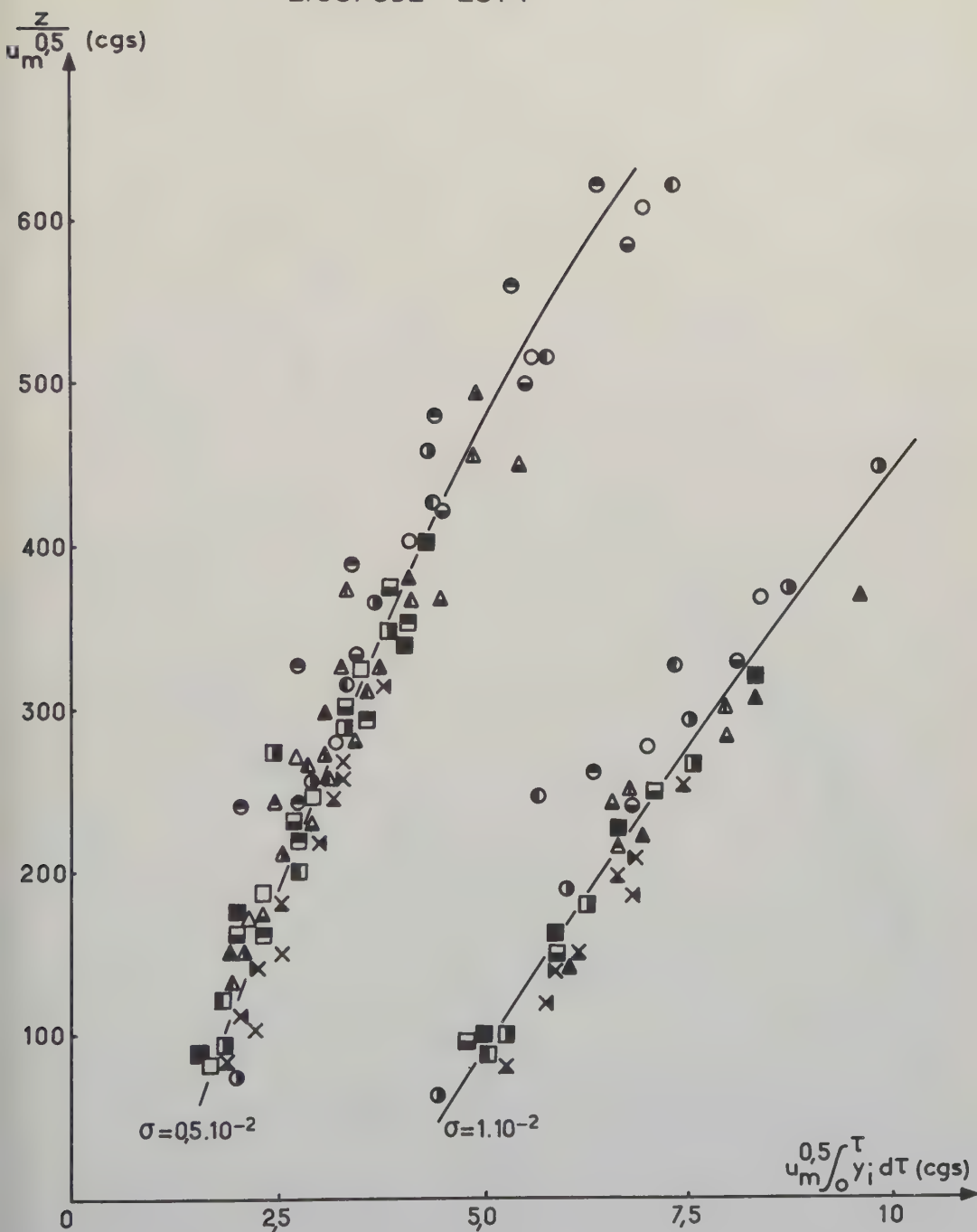


Fig.A4: RETENTION DANS LA COUCHE DE SORTIE DU LIT
LYCOPODE - LOT 2

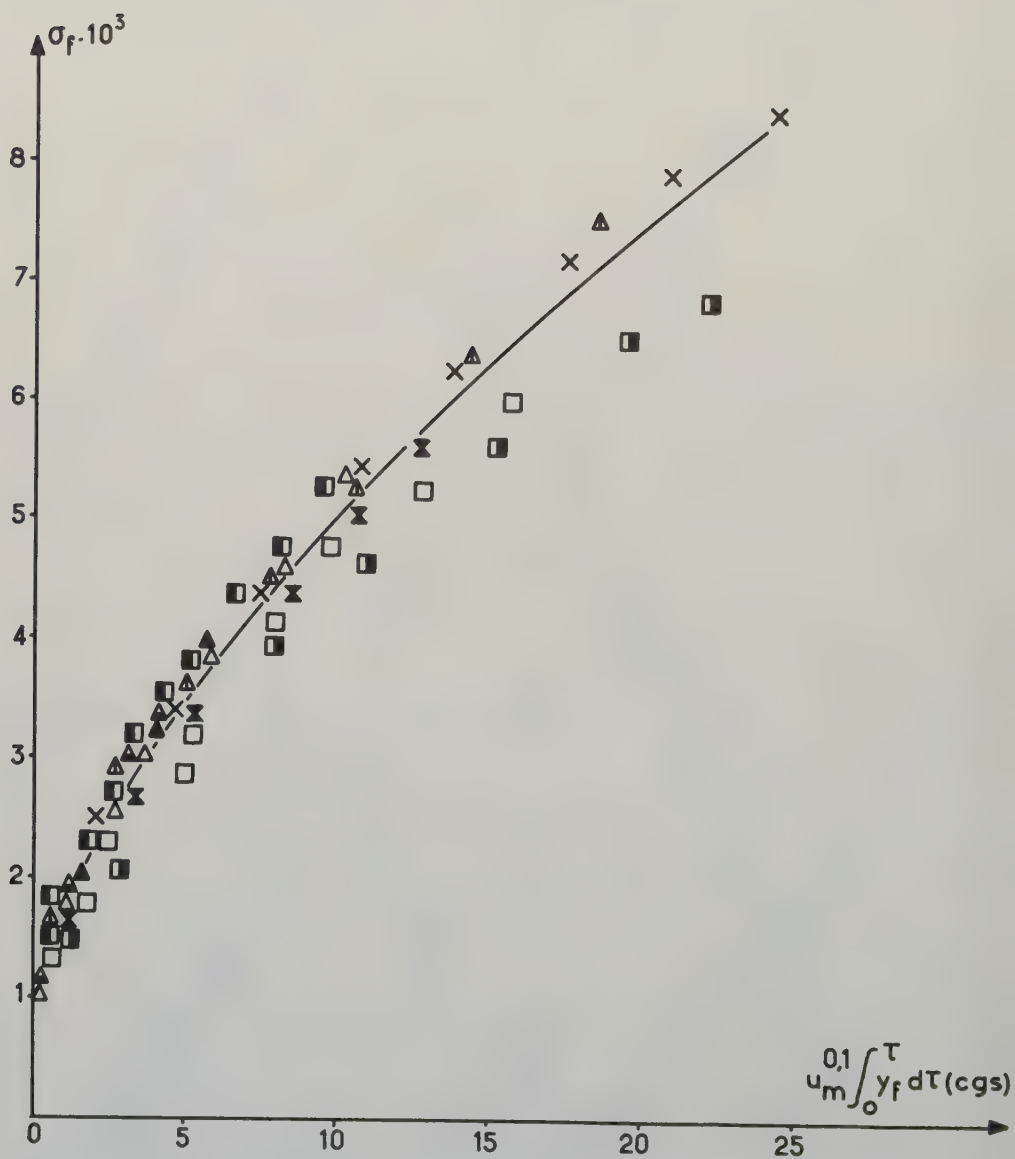
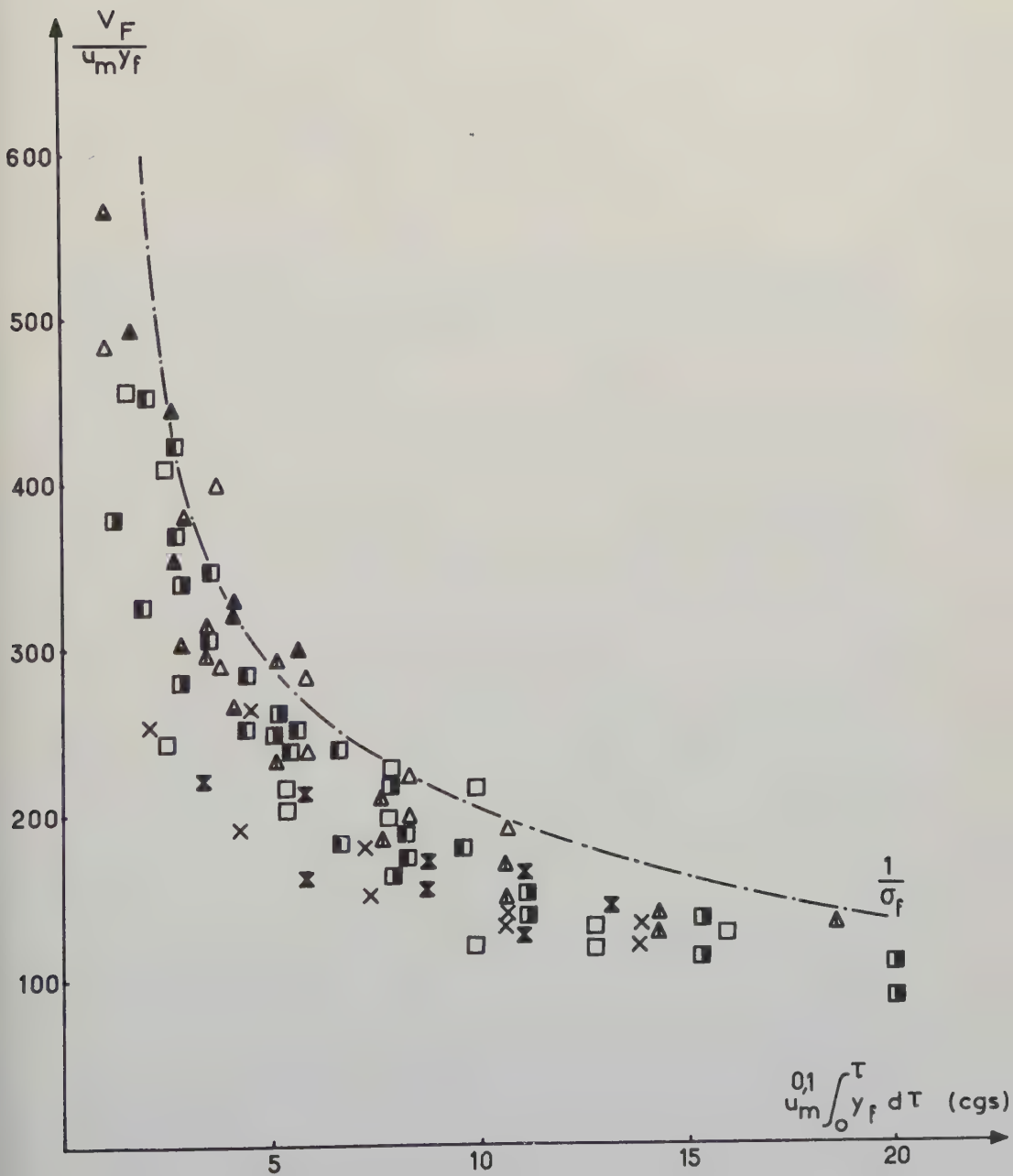


Fig.A5: VITESSE D'AVANCEMENT DU FRONT
LYCOPODE-LOT 2



ANNEXE III

ETUDE DE LA GRANULOMETRIE DU LIT

Nous avons déterminé au microscope les courbes granulométriques des billes situées dans les couches d'entrée et de sortie du lit après quelques opérations de lavage ; le tableau 24 donne les caractéristiques de ces courbes granulométriques ; nous y avons fait figurer aussi les valeurs extrêmes du rapport d/d_g ainsi que la valeur moyenne de ce rapport (diamètres moyens des particules et des billes) pour les deux lots de Lycopode et les micro-billes.

On remarquera les points suivants :

- La granulométrie du lot de billes utilisé est encore plus étendue que celle observée avant le remplissage de la colonne et donnée au § 231 puisqu'on trouve des billes plus petites que 419μ dans le haut du lit et des billes plus grosses que 550μ dans le bas du lit.
- Le rapport moyen $\frac{d}{d_g}$ reste toujours inférieur à 0,077, ce qui théoriquement signifie que le blocage des rétreints triangulaires est improbable ; mais ce rapport $\frac{d}{d_g}$ peut dépasser cette limite avec les particules les plus grosses et les grains les plus fins pour chacun des lots de particules : le **blocage des rétreints triangulaires est donc possible** ; cependant, ce blocage, s'il se produit, nécessitera toujours la présence de 4 particules.
- Pour les particules du lot 2 dans le haut du lit, le rapport moyen $\frac{d}{d_g}$ est identique à celui obtenu pour les particules du lot 1 avec le lot moyen : il n'est donc pas étonnant que les valeurs de k soient semblables dans les deux cas (§ 2525). De même, la valeur supérieure du rapport $\frac{d}{d_g}$ pour les micro-billes dans le haut du lit coïncide avec celle correspondant aux particules du lot 2 pour le lot moyen et le bas du lit : ceci explique des valeurs de k du même ordre (§ 2535).
- L'écart entre les valeurs moyennes de d_g est faible, 5% environ entre le haut et le bas du lit (il est donc du même ordre que celui entre les deux lots de Lycopode) mais il est suffisant pour provoquer des variations non négligeables de k avec z .

Il serait intéressant de connaître de façon plus détaillée la variation de la granulométrie avec l'épaisseur z mais ceci n'est guère possible car il est difficile d'extraire un échantillon de lit à toute épaisseur sans provoquer de perturbation qui pourrait en modifier la granulométrie ; de plus, il est évident que les variations dépendent du mode de lavage et de tassement donc elles ne sont pas forcément reproductibles.

Il faut aussi remarquer que dans le cas du lot 1, la majeure partie du lit ($z \geq 30 \text{ cm}$) et dans le cas du lot 2 la moitié inférieure ($z \geq 50 \text{ cm}$) se comportent comme un lit homogène (k_0 indépendant de z), alors que pour les micro-billes de verre on ne peut distinguer de partie homogène. En outre, le lavage du lit s'effectue en 3 stades, d'abord le tiers inférieur puis la partie centrale et enfin la partie supérieure : il n'y aurait donc pas une variation unique de granulométrie mais plusieurs et ceci pourrait expliquer "l'homogénéité" constatée du lit. Enfin, en plus des fluctuations de granulométrie, il ne faut pas omettre

TABLEAU 24 : Caractéristiques de la granulométrie du lit

		haut du lit	Lot moyen	bas du lit
	Valeurs extrêmes du diamètre (μ) des billes	393 — 550	419 — 550	419 — 563
	Valeur moyenne du diamètre d_g des billes (μ)	454,2	469,1	479,2
Lot 1	Valeurs extrêmes de d/d_g	0,0536 ; 0,0954	0,0536 ; 0,0895	0,0524 ; 0,0895
	Valeur moyenne de d/d_g	0,0709	0,0686	0,0672
Lot 2	Valeurs extrêmes de d/d_g	0,0500 ; 0,0916	0,0500 ; 0,0859	0,0488 ; 0,0859
	Valeur moyenne de d/d_g	0,0687	0,0665	0,0651
Micro-billes	Valeurs extrêmes de d/d_g	0,0171 ; 0,0855	0,0171 ; 0,0802	0,0167 ; 0,0802
	Valeur moyenne de d/d_g	0,0440	0,0426	0,0417

les variations plausibles de porosité locale : si toutes les expériences sont réalisées avec la même porosité globale, il est certain que dans un lit de 1,000 m de longueur la porosité locale n'est pas la même partout ; toutes ces légères fluctuations expliquent pourquoi les courbes de rétention (exemples fig.21 et 29) présentent des "bosses et des creux" qui ne sont pas répartis au hasard mais demeurent toujours à la même place et s'amplifient au cours de l'expérience.

ANNEXE IV

COLMATAGE DES SITES DE CREVASSE

1) Rétention maximale

Nous avons donné au § 3155 l'expression de la rétention lorsque tous les sites de crevasse de la première rangée sont occupés (relation (96)). En prenant les valeurs moyennes de d et d_g , nous avons calculé cette rétention en supposant la coordinance égale à 7,0 (tableau 25). Afin de tenir compte des variations de diamètre des grains nous avons déterminé également cette rétention en considérant 1000 couples de billes tirés au hasard parmi une population de répartition granulométrie identique à celle observée au microscope pour les billes de verre du lit : pour chacun des couples nous avons envisagé le colmatage par des particules identiques mais en distinguant 3 cas : les plus petites, les plus grosses particules du lot et celles dont le diamètre est la moyenne observée dans le lot. Les valeurs de ces rétentions sont aussi portées tableau 25.

D'autre part, il est évident que le colmatage des sites de crevasse (fig 60) est un processus "quantifié" car il ne peut progresser que par le coinçage de particules entières ; nous donnons aussi dans le tableau 25 le nombre de particules pouvant prendre place sur la première rangée pour les valeurs moyennes de d et d_g . Nous avons distingué 3 lits : le lit moyen constitué par l'empilement normal des billes du lot utilisé, le haut du lit correspondant aux observations effectuées dans la couche d'entrée et le bas du lit correspondant à la couche de sortie.

TABLEAU 25

Rétentions maximales (en 10^{-2}) et nombre maximal de particules retenues entre deux grains lorsque tous les sites de crevasse de la première rangée sont occupés.

		haut du lit	lit moyen	bas du lit
Lycopode lot 1	Nombre de particules	17	17	17
	Expression (96)	1,34	1,20	1,14
	$d = 29,5 \mu$	1,04	0,96	0,90
	$d = 32,2 \mu$	1,29	1,19	1,12
	$d = 37,5 \mu$	1,90	1,75	1,64
Lycopode lot 2	Nombre de particules	17	17	17
	Expression (96)	1,20	1,10	1,04
	$d = 27,5 \mu$	0,87	0,80	0,75
	$d = 31,2 \mu$	1,19	1,09	1,03
	$d = 36,0 \mu$	1,71	1,57	1,47
Micro-billes	Nombre de particules	21	22	22
	Expression (96)	0,39	0,36	0,35
	$d = 9,4 \mu$	0,06	0,05	0,05
	$d = 20,0 \mu$	0,39	0,36	0,34
	$d = 33,6 \mu$	1,44	1,33	1,25

L'observation des valeurs portées dans ce tableau montre que :

- le nombre de particules coincées entre deux grains est de l'ordre de 20 et ne varie pas beaucoup avec la taille des particules ;
- l'expression (96), quoique utilisée avec le diamètre moyen des grains, donne la rétention maximale avec précision même si les grains n'ont pas tous la même taille dans le cas où les particules sont identiques.
- la rétention maximale est peu sensible aux variations du rapport $\frac{d}{d_g}$ puisque l'écart entre le haut et le bas du lit est au maximum 20 % . L'expression (96) indique d'ailleurs que cette rétention varie comme $\left(\frac{d}{d_g}\right)^{5/2}$.

2) Influence du rapport $\frac{d}{d_g}$

Essayons de déterminer quantitativement l'importance du rapport $\frac{d}{d_g}$. Nous disposons d'une part,

des résultats obtenus avec 2 lots voisins de mêmes particules et d'autre part, de ceux obtenus avec le même milieu poreux mais avec d'autres particules. Théoriquement, puisqu'il s'agit de processus mécaniques seule la taille des particules devrait intervenir ; mais la forme a sans doute aussi de l'importance et le lycopode et les micro-billes n'ont pas tout à fait la même forme ; en outre, le liquide de suspension n'est pas le même. Il n'est donc pas certain que la comparaison des expériences avec le lycopode et les micro-billes de verre soit entièrement justifiée ; cependant, le colmatage des micro-billes de verre s'est avéré se dérouler exactement de la même manière que celui des particules de lycopode lors des expériences de Leclerc [26] pour un rapport $\frac{d}{d_g}$ voisin et dans les mêmes conditions de débit ; aussi paraît-il raisonnable de considérer que pour les trois séries d'expériences seul le rapport $\frac{d}{d_g}$ a varié et a entraîné des variations de k .

Il faut alors définir des critères de comparaison logiques. En effet, nous avons déjà vu que la taille des particules, donc le rapport $\frac{d}{d_g}$ intervient à la fois dans k_0 et $F(\sigma)$; il serait donc absurde de comparer les valeurs de k à σ donné. D'autre part, les valeurs de k_0 que nous connaissons ont été obtenues par extrapolation et ceci est parfois sujet à caution : par exemple pour les micro-billes nous avons la courbe $k(\sigma)$ avec précision pour σ compris entre $0,10 \cdot 10^{-2}$ et $0,20 \cdot 10^{-2}$ et nous avons extrapolé de $0,10 \cdot 10^{-2}$ à 0 donc dans un intervalle d'amplitude égale à celle de l'intervalle où nous connaissons $k(\sigma)$. La comparaison des valeurs de k_0 risque donc d'être entachée d'erreur.

Dans la mesure où il s'agit bien du même phénomène, il est vraisemblable que la fonction $F(\sigma)$ sera identique dans les trois cas sous réserve d'employer non σ mais $\frac{\sigma}{\sigma_c}$. Alors, en comparant les valeurs de k à $\frac{\sigma}{\sigma_c}$ donné, on pourra déduire l'influence de $\frac{d}{d_g}$ sur k_0 .

Nous avons cherché si $\frac{d}{d_g}$ intervient dans k_0 sous la forme d'une fonction puissance, tout comme le débit, et nous avons supposé k_0 proportionnel à $\left(\frac{d}{d_g}\right)^m$. Pour u_m , z et d_g donnés il revient alors au même de comparer les valeurs de k ou de k_0 en fonction de d . Nous avons fait cette étude pour $z = 100$ cm

(c'est à cette cote en effet que les courbes $k(\sigma)$ sont les mieux connues), pour chacun des débits et pour

$$\frac{\sigma}{\sigma_c} = 0, 1/2, 3/4 \text{ et } 1.$$

Il faut aussi se fixer le diamètre moyen des particules : diamètre moyen en nombre ou diamètre moyen en volume ? Pour les particules de Lycopode il y a peu de différence entre les deux car la dispersion des diamètres est réduite mais pour les micro billes de verre un écart important existe : d sera $20,0 \mu$ ou $24,2 \mu$ selon le cas. Nous avons fait les calculs dans les 2 cas (tableau 26).

TABLEAU 26 : Valeurs de m

σ/σ_c	u_m cm/s	diamètre moyen en nombre			diamètre moyen en volume		
		Coeff. de corrélation	m	Δm	Coeff. de corrélation	m	Δm
0	0,0400	0,85	1,68	$\pm 13,2$	0,87	2,89	21,0
	0,0600	0,785	1,75	$\pm 17,3$	0,81	3,04	27,6
	0,0800	0,65	1,41	$\pm 22,0$	0,68	2,51	34,1
1/2	0,0400	0,91	1,65	$\pm 9,5$	0,93	2,84	14,4
	0,0600	0,78	1,33	$\pm 13,5$	0,81	2,32	21,5
	0,0800	0,74	1,16	$\pm 13,3$	0,77	2,04	21,2
3/4	0,0400	0,95	2,45	$\pm 9,9$	0,97	4,2	14,4
	0,0600	0,94	2,80	$\pm 13,0$	0,95	4,79	19,1
	0,0800	0,93	2,67	$\pm 13,3$	0,95	4,58	19,9
1	0,0400	0,98	3,54	$\pm 9,5$	0,99	6,03	12,6
	0,0600	0,97	3,95	$\pm 13,0$	0,98	6,73	18,1
	0,0800	0,96	4,03	$\pm 14,9$	0,97	6,87	21,1

Il est donc clair que prendre k_0 proportionnel à $(\frac{d}{d_g})^m$ n'est guère satisfaisant puisque les corrélations

restent souvent faibles ; de plus, l'utilisation de l'un ou l'autre des diamètres moyens conduit à des corrélations du même ordre mais à des valeurs de m presque dans le rapport de 1 à 2. S'il faut cependant choisir entre les deux diamètres, il est raisonnable d'employer le diamètre en volume car c'est sans doute la fraction de volume de la suspension occupée par une " classe " de particules qui intervient dans la cinétique plutôt que la proportion en nombre.

On notera que le coefficient de corrélation augmente quand $\frac{\sigma}{\sigma_c}$ croît ; c'est peut-être la conséquence de l'imprécision sur les valeurs de k aux faibles rétentions.

On observera aussi que les valeurs de m sont semblables pour $\frac{\sigma}{\sigma_c} = 0$ et $1/2$ mais augmentent quand $\frac{\sigma}{\sigma_c}$ vaut $\frac{3}{4}$ et 1 . Lorsque $\frac{\sigma}{\sigma_c} = 1$, il ne s'agit en fait plus du colmatage des sites de crevasse mais d'un autre stade du colmatage que nous analysons au § 3432. Comme σ_c est mal connu pour le lot 1 et que la transition entre les deux phases n'est alors pas très nette, il est probable que dès que $\frac{\sigma}{\sigma_c}$ atteint $3/4$, la deuxième phase est déjà commencée et on ne compare donc plus des valeurs de k pour le même mécanisme de colmatage ; en revanche, pour $\frac{\sigma}{\sigma_c} = 0$ et $1/2$, il s'agit du même processus pour les 3 types de particules et les valeurs de m sont effectivement semblables.

Si on adopte comme valeur de m la moyenne des valeurs calculées pour $\frac{\sigma}{\sigma_c} = 0$ et $1/2$, on pourra écrire :

$$k_0 \text{ proportionnel à } \left(\frac{d}{d_g} \right)^{2,6}$$

Cependant ce résultat semble sujet à caution : en effet, cette valeur de m est plus faible que celle observée par Leclerc [26] dans des conditions comparables : il a trouvé pour des particules de Lycopode $m \approx 6$; de plus, si elle rend compte correctement de l'ensemble des données expérimentales pour le Lycopode et les micro-billes, elle n'explique absolument pas le rapport de 1 à 2 entre les valeurs de k_0 pour les lots 1 et 2 de Lycopode : si on se limitait aux seules expériences avec le Lycopode, on aurait m voisin de 15. Le modèle envisagé, k_0 proportionnel à $\left(\frac{d}{d_g} \right)^m$, est peut-être trop simple ; m varierait-il avec $\frac{d}{d_g}$ ou bien k_0 dépendrait-il de $\frac{d}{d_g}$ selon une autre fonction ? Avec le petit nombre de rapports $\frac{d}{d_g}$ étudiés, avec l'incertitude due à la dispersion des diamètres et à l'utilisation de particules de nature différente, il n'est malheureusement pas possible de répondre.

En tout cas, un exposant m voisin de 3 correspondrait bien aux valeurs citées pour les effets hydrodynamiques [§ 3156] ; rappelons aussi que selon Hall [11] le colmatage des crevasses obéirait à une loi telle que $\lambda_0 \approx \frac{1}{d_g} \left(\frac{d}{d_g} \right)^{3/2}$. En revanche, un exposant proche de 10 ou de 15 serait difficile à expliquer par les effets hydrodynamiques, il s'agirait d'ailleurs plus d'une loi phénoménologique que physique.

Enfin, puisque k_0 est très sensible aux variations de $\frac{d}{d_g}$, les particules retenues dans les sites de crevasse auront une répartition granulométrique différente de celle du lot initial ; de même, ce sont certainement les crevasses formées par les grains les plus fins qui se colmateront le plus facilement.

ANNEXE V

BLOCAGE DES RETREINTS TRIANGULAIRES DETERMINATION DE LA FRACTION DES RETREINTS BLOQUES

Nous désirons connaître la proportion des rétreints triangulaires obstrués en considérant l'espace libre restant après que des particules soient venues occuper les sites de crevasse situés dans le plan du rétreint.

Le premier problème à résoudre est de déterminer la répartition granulométrique des particules coincées dans les sites de crevasse. Dans l'annexe IV nous avons montré que pour l'ensemble des données expérimentales m est voisin de 2,6 mais que cette valeur est discutable pour les particules de Lycopode : nous avons alors décidé de considérer 5 valeurs de m , $m = 0, 2, 5, 10$ et 15 : $m = 2$ correspond bien aux variations de k entre les micro-billes et le Lycopode lot 2 et $m = 15$ à celles observées pour les particules de Lycopode ; $m = 0$ signifie que la répartition granulométrique des particules coincées dans les sites de crevasse est identique à celle du lot initial. Nous avons alors déterminé pour chacune des valeurs de m la répartition granulométrique des particules coincées dans les sites de crevasse.

De même, tous les sites de crevasse n'ont pas la même probabilité d'être occupés : ceux qui sont formés par la juxtaposition de deux petites billes le seront plus facilement que ceux formés par deux grosses billes. Nous en avons tenu compte et avons transformé la répartition granulométrique initiale pour les cinq valeurs choisies de m .

Enfin nous avons considéré les trois types de lits définis en annexe IV.

Alors pour chacune des valeurs de m , pour chacun des lots de particules et pour chacun des lits, nous avons procédé de la manière suivante :

- on considère 1000 rétreints triangulaires constitués par trois billes tirées au hasard et on place dans chacun des sites de crevasse (situés dans le plan des centres des billes) une particule tirée également au hasard (fig.63).
- on calcule rigoureusement la distance entre les centres de ces 3 particules supposées sphériques.
- on détermine le diamètre du cercle tangent aux trois particules en l'assimilant à la différence entre le diamètre du cercle circonscrit au triangle des centres des particules et le diamètre moyen des 3 particules : on obtient ainsi la taille minimale de la quatrième particule qui pourrait bloquer le rétreint en venant se placer **juste au milieu** des trois premières particules ; en comparant la répartition granulométrique de ce diamètre à la valeur maximale du diamètre des particules du lot considéré, on a le nombre maximal de rétreints pouvant être obstrués définitivement de cette manière (voir tableau 28).
- on calcule sur les segments joignant deux des 3 premières particules l'espace libre entre les deux particules ; en comparant la courbe granulométrique de cette distance au diamètre maximal des particules, on obtient le nombre de places de seconde rangée commune à 2 crevasses pouvant être occupées (voir fig.64 et tableau 29) : la particule est alors coincée entre deux particules déjà arrêtées et un grain ; pour ce calcul on a négligé la courbure du grain.
- si cet espace libre est inférieur ou égal à la taille maximale des particules, on y place une quatrième particule de diamètre égal à la valeur maximale (sans tenir compte d'éventuelles impossibilités géométriques) et on cherche si le rétreint peut être bloqué, c'est-à-dire si une particule de dimension maximale ne peut le franchir : on aura ainsi le nombre maximal de rétreints triangulaires pouvant être bloqués (tableau 30).

TABLEAU 28

Nombre de rétreints pouvant être bloqués par une 4ème particule centrale
(sur 1000 rétreints)

Exposant	Particules	Haut du lit	Lit moyen	Bas du lit
0	Lot 1	5	0	0
	Lot 2	0	0	0
	Micro-billes	0	0	0
2	Lot 1	9	0	0
	Lot 2	0	0	0
	Micro-billes	0	0	0
5	Lot 1	33	0	1
	Lot 2	1	0	0
	Micro-billes	0	0	0
10	Lot 1	100	9	16
	Lot 2	3	0	0
	Micro-billes	1	0	0
15	Lot 1	248	30	52
	Lot 2	21	0	3
	Micro-billes	3	0	0

TABLEAU 29

Nombre de places de 2ème rangée pouvant être occupées
(pour 1000 rétreints)

Exposant	Particules	Haut du lit	Lit moyen	Bas du lit
0	Lot 1	617	150	107
	Lot 2	110	11	6
	Micro-billes	5	0	0
2	Lot 1	722	231	163
	Lot 2	176	19	18
	Micro-billes	16	2	2
5	Lot 1	1298	431	339
	Lot 2	328	51	42
	Micro-billes	59	7	4
10	Lot 1	1989	924	895
	Lot 2	810	164	152
	Micro-billes	343	36	45
15	Lot 1	2570	1702	1555
	Lot 2	1379	401	451
	Micro-billes	920	112	164

TABLEAU 30
Nombre maximum de rétreints bloqués
(sur 1000 rétreints)

Exposant	Particules	Haut du lit	Lit moyen	Bas du lit
0	Lot 1	350	99	71
	Lot 2	72	8	5
	Micro-billes	2	0	0
2	Lot 1	447	153	117
	Lot 2	116	15	9
	Micro-billes	10	1	0
5	Lot 1	629	263	204
	Lot 2	205	39	29
	Micro-billes	40	3	3
10	Lot 1	844	496	460
	Lot 2	450	109	107
	Micro-billes	214	18	27
15	Lot 1	959	757	720
	Lot 2	638	237	269
	Micro-billes	446	57	85

Tous ces calculs ont été bien entendu effectués par un ordinateur.

L'analyse des valeurs portées dans les tableaux 28, 29, 30 apporte les indications suivantes :

- Le blocage d'un rétreint par une quatrième particule centrale est un mécanisme peu fréquent aussi bien pour le Lycopode que pour les micro-billes et ce, quelle que soit la valeur de m ; ceci est normal puisque les valeurs extrêmes du rapport d/d_g ne sont jamais très supérieures à la valeur limite 0,082 (annexe III). Le blocage, s'il se produit, ne se fera qu'avec des particules occupant des places de seconde rangée commune à deux crevasses.
- Pour un lit donné, les résultats varient très vite avec d et m .
- Pour un lot de particules donné, il y a peu de différence entre le lit moyen et le bas du lit alors que l'écart est beaucoup plus marqué entre le haut du lit et le lit moyen : c'est sans doute pour cette raison qu'une grande partie du lit se comporte comme un lit homogène, alors qu'une grande différence est observée entre le haut du lit et cette partie homogène.
- Si on s'en tient à la valeur expérimentale de m voisine de 2 , on remarque que le blocage de rétreints est rare pour les micro-billes, qu'il se produit pour le lit moyen environ 150 fois sur 1000 pour le lot 1 et 15 fois pour le lot 2 : ces proportions paraissent bien trop petites en comparaison des rétentions maximales σ_M observées.

- En revanche, si on prend $m = 15$ pour le Lycopode comme les valeurs de k semblent l'indiquer (annexe IV), on obtient pour le lit moyen environ 3/4 des rétreints bloqués pour le lot 1 et 1/4 seulement pour le lot 2, c'est-à-dire exactement les proportions citées au § 3432 d'après le modèle de milieu poreux.
- Au paragraphe 2535 nous avons vu que dans le haut du lit les valeurs de k obtenues avec les micro-billes sont du même ordre que celles notées avec le Lycopode lot 2 dans le bas du lit : il devrait donc s'agir des mêmes mécanismes et les rétreints triangulaires devraient donc être obstrués aussi dans une proportion de 1 sur 4 environ : cela implique que m soit pour les micro-billes de l'ordre de 10 dans le haut du lit (cf tableau 30) ; c'est une preuve supplémentaire de la variation de m avec le rapport $\frac{d}{d_g}$.

NOM DE L'ETUDIANT : HERZIG Jean Pierre

Nature de la thèse : Doctorat ès Sciences Appliquées

Vu, Approuvé

et Permis d'imprimer

NANCY, le 3 Juillet 1970

Le Doyen,



A handwritten signature in dark ink, consisting of a large, stylized 'J' followed by a series of loops and a final horizontal stroke.

J. AUBRY

Cet exemplaire est imprimé
à des fins particulières et ne
peut en aucun cas être vendu.

Achevé d'imprimer le 10 Juillet 1970
à l'Atelier de Documentation Universitaire
3, Rue Sellier — NANCY

Dépôt légal N° 670 Faculté des Sciences Editeur
3ème trimestre 1970

